

|                                   |                                                                                                                           |
|-----------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Rodzaj dokumentu:</i>          | <b>Zasady oceniania rozwiązań zadań</b>                                                                                   |
| <i>Egzamin:</i>                   | <b>Egzamin ósmoklasisty</b>                                                                                               |
| <i>Przedmiot:</i>                 | <b>Matematyka</b>                                                                                                         |
| <i>Formy arkusza:</i>             | OMAP-100-2505 (wersje arkusza X i Y)<br>OMAP-200-2505<br>OMAP-400-2505<br>OMAP-C00-2505<br>OMAP-K00-2505<br>OMAU-C00-2505 |
| <i>Termin egzaminu:</i>           | 14 maja 2025 r.                                                                                                           |
| <i>Data publikacji dokumentu:</i> | 20 czerwca 2025 r.                                                                                                        |

### Zadanie 1. (0–1)

| Podstawa programowa <sup>1</sup>                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Wymaganie ogólne                                                                                                                              | Wymagania szczegółowe                                                                                                                                                                                                                                                               |
| II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie. | <b>KLASY VII i VIII</b><br>V. Obliczenia procentowe. Uczeń:<br>3) oblicza, jaki procent danej liczby $b$ stanowi liczba $a$ .<br>XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:<br>1) interpretuje dane przedstawione za pomocą [...] diagramów słupkowych [...]. |

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie – wersja X

BD

#### Rozwiązanie – wersja Y<sup>2</sup>

AC

### Zadanie 2. (0–1)

| Wymaganie ogólne                                                                                                                                              | Wymaganie szczegółowe                                                                                                                                                                                       |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| I. Sprawność rachunkowa.<br>1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych. | <b>KLASY IV–VI</b><br>V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń:<br>7) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych [...] z uwzględnieniem reguł dotyczących kolejności wykonywania działań [...]. |

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie – wersja X

C

#### Rozwiązanie – wersja Y

C

<sup>1</sup> Rozporządzenie Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej (Dz.U. 2024, poz. 996).

<sup>2</sup> Odpowiedzi w wersji Y dotyczą wyłącznie arkusza OMAP-100-2505.

**Zadanie 3. (0–1)**

| <b>Wymaganie ogólne</b>                                                                                                                                       | <b>Wymaganie szczegółowe</b>                                                                                                                    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| I. Sprawność rachunkowa.<br>1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych. | <b>KLASY IV–VI</b><br>II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń:<br>15) wyznacza wynik dzielenia z resztą liczby $a$ przez liczbę $b$ [...]. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**

B

**Rozwiązanie – wersja Y**

C

**Zadanie 4. (0–1)**

| <b>Wymaganie ogólne</b>                                                                                                                                                                          | <b>Wymaganie szczegółowe</b>                                                                                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | <b>KLASY VII i VIII</b><br>XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:<br>3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**

BC

**Rozwiązanie – wersja Y**

BD

**Zadanie 5. (0–1)**

| <b>Wymaganie ogólne</b>                                                                                                                       | <b>Wymaganie szczegółowe</b>                                                                                                                                                       |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie. | <b>KLASY VII i VIII</b><br>VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:<br>5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) [...]. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**

A

**Rozwiązanie – wersja Y**

B

**Zadanie 6. (0–1)**

| <b>Wymaganie ogólne</b>                                                                                                                                                                 | <b>Wymaganie szczegółowe</b>                                                                                                                                                                                          |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym. | <b>KLASY VII i VIII</b><br>III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi. Uczeń:<br>3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**

A

**Rozwiązanie – wersja Y**

D

**Zadanie 7. (0–1)**

| <b>Wymaganie ogólne</b>                                                                                                                                                  | <b>Wymagania szczegółowe</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>I. Sprawność rachunkowa.</p> <p>1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.</p> | <p><b>KLASY IV–VI</b></p> <p>V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń:</p> <p>7) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych, wymagających stosowania działań arytmetycznych na liczbach całkowitych lub na liczbach zapisanych za pomocą ułamków zwykłych [...], także wymiernych ujemnych, z uwzględnieniem reguł dotyczących kolejności wykonywania działań [...].</p> <p><b>KLASY VII i VIII</b></p> <p>II. Pierwiastki. Uczeń:</p> <p>1) oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześciانami liczb wymiernych.</p> |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**

FF

**Rozwiązanie – wersja Y**

FF

**Zadanie 8. (0–1)**

| <b>Wymaganie ogólne</b>                                                                                                                                                                                     | <b>Wymagania szczegółowe</b>                                                                                                                                                              |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.</p> <p>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.</p> | <p><b>KLASY VII i VIII</b></p> <p>I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń:</p> <p>2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich;</p> <p>4) podnosi potęgę do potęgi.</p> |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**

D

**Rozwiązanie – wersja Y**

A

**Zadanie 9. (0–1)**

| <b>Wymaganie ogólne</b>                                                                                                                                                                 | <b>Wymaganie szczegółowe</b>                                                                                                                                                         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym. | <b>KLASY IV–VI</b><br>XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń:<br>9) w sytuacji praktycznej oblicza: [...] czas przy danej drodze i prędkości oraz stosuje jednostki prędkości km/h i m/s. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**

B

**Rozwiązanie – wersja Y**

A

**Zadanie 10. (0–1)**

| <b>Wymaganie ogólne</b>                                                                                                                                                                          | <b>Wymaganie szczegółowe</b>                                                                                                                                                                                                           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | <b>KLASY VII i VIII</b><br>XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń:<br>2) przeprowadza proste doświadczenia losowe [...] analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**

D

**Rozwiązanie – wersja Y**

D

**Zadanie 11. (0–1)**

| <b>Wymaganie ogólne</b>                                                                                                                       | <b>Wymagania szczegółowe</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie. | <b>KLASY IV–VI</b><br>XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:<br>3) oblicza pola: trójkąta [...] przedstawion[ego] na rysunku [...].<br><b>KLASY VII i VIII</b><br>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**

PP

**Rozwiązanie – wersja Y**

PP

**Zadanie 12. (0–1)**

| <b>Wymaganie ogólne</b>                                                                                                                       | <b>Wymagania szczegółowe</b>                                                                                                                                                 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie. | <b>KLASY IV–VI</b><br>III. Liczby całkowite. Uczeń:<br>2) interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej;<br>5) wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**

FP

**Rozwiązanie – wersja Y**

PF

### Zadanie 13. (0–1)

| Wymaganie ogólne                                                                                                                                                                                            | Wymagania szczegółowe                                                                                                                                                                                                                                           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.</p> <p>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.</p> | <p><b>KLASY IV–VI</b></p> <p>IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń:</p> <p>5) zna najważniejsze własności kwadratu [...], rombu [...], trapezu [...].</p> <p>XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:</p> <p>2) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.</p> |

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie – wersja X

A

#### Rozwiązanie – wersja Y

D

### Zadanie 14. (0–1)

| Wymaganie ogólne                                                                                                                                         | Wymagania szczegółowe                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.</p> <p>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.</p> | <p><b>KLASY IV–VI</b></p> <p>IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń:</p> <p>5) zna najważniejsze własności [...] równoległoboku [...].</p> <p><b>KLASY VII i VIII</b></p> <p>X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń:</p> <p>2) znajduje współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie.</p> |

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie – wersja X

C

#### Rozwiązanie – wersja Y

B



**Zadanie 15. (0–1)**

| <b>Wymaganie ogólne</b>                                                                                                                       | <b>Wymaganie szczegółowe</b>                                                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie. | <b>KLASY IV–VI</b><br>XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:<br>6) oblicza [...] pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**

D

**Rozwiązanie – wersja Y**

A

## ZADANIA OTWARTE

### Uwagi ogólne

- Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne, spełniające warunki zadania.
- Za rozwiązanie zadania na danym etapie uczeń może otrzymać punkty tylko wtedy, gdy przedstawia poprawne sposoby rozwiązania na wszystkich wcześniejszych etapach.
- Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania uczeń popełnia jeden lub więcej błędów rachunkowych (albo błąd przepisania wartości poprawnie zidentyfikowanej danej albo wartości z wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne sposoby rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych rozwiązań i **nie wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych rozwiązań i **wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
- Jeżeli w zadaniach 16–21 uczeń podaje tylko poprawny końcowy wynik, to otrzymuje 0 punktów.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych zasad oceniania dopuszcza się:
  1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6–9)
  2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
  3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
  4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe, wynikające np. z graficznego podobieństwa cyfr)
  5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
  6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
  7. niekończenie wyrazów
  8. problemy z zapisywaniem jednostek (np. °C – 0C)
  9. błędy w przepisywaniu
  10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
  11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np.  $x^2 - x_2$ ,  $m_2 - m^2$ ).
- Uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora może otrzymać punkty za rozwiązanie zadania na danym etapie tylko wtedy, gdy przedstawi poprawne sposoby rozwiązania.
- Jeżeli uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora zapisze poprawny sposób rozwiązania zadania, ale w wyniku końcowym zapisze błędną wartość liczbową, to traktujemy to jako błąd rachunkowy.

**Zadanie 16. (0–2)**

| Wymaganie ogólne                                                                                                                                                           | Wymagania szczegółowe                                                                                                                                                                                                                                                        |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| IV. Rozumowanie i argumentacja.<br>1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu. | <b>KLASY IV–VI</b><br>V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń:<br>1) dodaje, odejmuje [...] ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane.<br>IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń:<br>3) skraca i rozszerza ułamki zwykłe. |

**Zasady oceniania****2 punkty – pełne rozwiązanie**

poprawny sposób uzasadnienia, że trzeci składnik sumy można przedstawić w postaci ułamka zwykłego o liczniku 1, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy  $\left(\frac{1}{10}\right)$ .

**1 punkt**

- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia trzeciego składnika sumy, np.

$$\frac{7}{15} - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right)$$

LUB

- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia trzeciego składnika sumy, np.

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + x = \frac{7}{15},$$

LUB

- zapisanie równości

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{3}{30} = \frac{7}{15} \quad \text{albo} \quad \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} = \frac{7}{15}$$

bez uzasadnienia (obliczeń).

**0 punktów**

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

**Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty****I sposób**

Obliczymy trzeci składnik sumy:

$$\frac{7}{15} - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) = \frac{14}{30} - \frac{11}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

Trzeci składnik sumy można przedstawić w postaci ułamka  $\frac{1}{10}$ , który spełnia warunki zadania.

## II sposób

Zapišemy i rozwiążemy równanie:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + x = \frac{7}{15}$$

$$\frac{11}{30} + x = \frac{14}{30}$$

$$x = \frac{3}{30}$$

$$x = \frac{1}{10}$$

Trzeci składnik sumy można przedstawić w postaci ułamka  $\frac{1}{10}$ , który spełnia warunki zadania.

### Zadanie 17. (0–3)

| Wymaganie ogólne                                                                                                                                                                        | Wymaganie szczegółowe                                                                                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym. | <b>KLASY VII i VIII</b><br>VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:<br>4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą [...]. |

### Zasady oceniania

#### 3 punkty – pełne rozwiązanie

- poprawny sposób obliczenia liczby plakatów Basi, Marka i Andrzeja, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowe wyniki liczbowe (Basia: 42, Marek: 14, Andrzej: 70)  
*LUB*
- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych zestawów trzech liczb, wśród których **jest** prawidłowy zestaw liczb plakatów (42, 14, 70), prawidłowe obliczenia **oraz** wskazanie spośród nich rozwiązania (Basia: 42, Marek: 14, Andrzej: 70),  
*LUB*
- przedstawienie w sposób graficzny poprawnych zależności między liczbą plakatów Basi, Marka i Andrzeja **oraz** między łączną liczbą plakatów Marka i Andrzeja a liczbą plakatów Basi **oraz** prawidłowy wynik liczbowy (Basia: 42, Marek: 14, Andrzej: 70).

#### 2 punkty

- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia liczby plakatów Basi lub Marka, lub Andrzeja, np.

$$b + 28 + \frac{b}{3} = 2b \quad (\text{lub zapisy równoważne})$$

*LUB*

- przedstawienie w sposób graficzny poprawnych zależności między liczbą plakatów Basi, Marka i Andrzeja **oraz** poprawnych zależności między łączną liczbą plakatów Marka i Andrzeja a liczbą plakatów Basi.

### 1 punkt

- zapisanie poprawnych wyrażeń algebraicznych **tej samej zmiennej**, opisujących liczbę plakatów Basi, Marka i Andrzeja zgodnie z warunkami zadania, np.

$b$  – liczba plakatów Basi

**oraz**

$b + 28$  – liczba plakatów Andrzeja

**oraz**

$\frac{b}{3}$  – liczba plakatów Marka (lub zapisy równoważne)

LUB

- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych zestawów trzech liczb plakatów (Basi, Marka i Andrzeja), wśród których **nie ma** prawidłowego zestawu liczb plakatów (42, 14, 70),

LUB

- przedstawienie w sposób graficzny poprawnych zależności między liczbą plakatów Basi, Marka i Andrzeja.

### 0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

### Uwagi

- Jeżeli uczeń sprawdza wszystkie warunki zadania tylko dla jednego zestawu trzech liczb plakatów (Basia: 42, Marek: 14, Andrzej: 70) **oraz**
  - nie popełnia błędów rachunkowych, to otrzymuje 1 punkt.
  - popełnia błędy rachunkowe, to otrzymuje 0 punktów.
- Jeżeli uczeń w całym rozwiązaniu zadania posługuje się wyłącznie przybliżeniami ułamków zwykłych, to za rozwiązanie zadania otrzymuje 0 punktów.
- Jeżeli uczeń zapisuje poprawne wyrażenia algebraiczne tej samej zmiennej opisujące liczbę plakatów, ale zamienia ze sobą imiona przyjaciół, doprowadza rozwiązanie zadania do końca
  - bez błędów rachunkowych, to otrzymuje 2 punkty.
  - z błędami rachunkowymi, to otrzymuje 1 punkt.

### Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

#### I sposób

$b$  – liczba plakatów Basi

$b + 28$  – liczba plakatów Andrzeja

$\frac{b}{3}$  – liczba plakatów Marka

Zapiszemy równanie wynikające z warunków zadania i obliczymy liczbę plakatów Basi:

$$b + 28 + \frac{b}{3} = 2b$$

$$\frac{2}{3}b = 28$$

$$b = 42$$

Obliczymy liczbę plakatów Marka:

$$\frac{b}{3} = \frac{42}{3} = 14$$

Obliczymy liczbę plakatów Andrzeja:

$$b + 28 = 42 + 28 = 70$$

Odpowiedź: Basia ma 42 plakaty, Marek ma 14 plakatów, Andrzej ma 70 plakatów.

### II sposób

$a$  – liczba plakatów Andrzeja

$a - 28$  – liczba plakatów Basi

$\frac{a - 28}{3}$  – liczba plakatów Marka

Zapiszemy równanie i obliczymy liczbę plakatów Andrzeja:

$$a + \frac{a - 28}{3} = 2(a - 28)$$

$$3a + a - 28 = 6a - 168$$

$$a = 70$$

Obliczymy liczbę plakatów Basi, a następnie obliczymy liczbę plakatów Marka:

$$a - 28 = 70 - 28 = 42$$

$$\frac{a - 28}{3} = \frac{70 - 28}{3} = 14$$

Odpowiedź: Basia ma 42 plakaty, Marek ma 14 plakatów, Andrzej ma 70 plakatów.

### III sposób

$m$  – liczba plakatów Marka

$3m$  – liczba plakatów Basi

$3m + 28$  – liczba plakatów Andrzeja

Zapiszemy równanie i obliczymy liczbę plakatów Marka, a następnie liczbę plakatów Basi i Andrzeja:

$$3m + 28 + m = 6m$$

$$2m = 28$$

$$m = 14$$

$$3m = 42$$

$$3m + 28 = 42 + 28 = 70$$

Odpowiedź: Basia ma 42 plakaty, Marek ma 14 plakatów, Andrzej ma 70 plakatów.

**IV sposób**

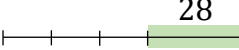
Metoda prób i błędów.

| Liczba plakatów |                               |                              |                         |                         |                             |
|-----------------|-------------------------------|------------------------------|-------------------------|-------------------------|-----------------------------|
| Basia           | Andrzej o 28 więcej niż Basia | Marek 3 razy mniej niż Basia | Marek i Andrzej łącznie | 2 razy więcej niż Basia | Sprawdzenie                 |
| 30              | 58                            | 10                           | 68                      | 60                      | $68 \neq 60$                |
| 36              | 64                            | 12                           | 76                      | 72                      | $76 \neq 72$                |
| 48              | 76                            | 16                           | 92                      | 96                      | $92 \neq 96$                |
| <b>42</b>       | <b>70</b>                     | <b>14</b>                    | <b>84</b>               | <b>84</b>               | <b><math>84 = 84</math></b> |

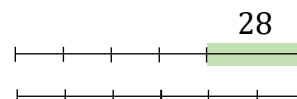
Odpowiedź: Basia ma 42 plakaty, Marek ma 14 plakatów, Andrzej ma 70 plakatów.

**V sposób**

Sposób graficzny:

Marek ma 1 część: Basia ma 3 części: Andrzej ma o 28 plakatów więcej od Basi: 

Andrzej i Marek mają łącznie 2 razy więcej plakatów od Basi:



Stąd wynika, że 28 plakatów stanowią 2 części, czyli 1 część stanowi 14 plakatów.

Zatem Basia ma 42 plakaty, Marek ma 14 plakatów, Andrzej ma 70 plakatów.

**Zadanie 18. (0–2)**

| Wymaganie ogólne                                                                                                                                                                                 | Wymagania szczegółowe                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | <b>KLASY IV–VI</b><br>VIII. Kąty. Uczeń:<br>6) rozpoznaje kąty wierzchołkowe i przyległe oraz korzysta z ich własności.<br>IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń:<br>3) stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta;<br>5) zna najważniejsze własności [...] równoległoboku i trapezu [...].<br><b>KLASY VII i VIII</b><br>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych. |

## Zasady oceniania

### 2 punkty – pełne rozwiązanie

poprawny sposób obliczenia miar trzech kątów trapezu  $ABCD$  **oraz** zapisanie prawidłowych wartości liczbowych ( $|\angle DAB| = 75^\circ$ ,  $|\angle BCD| = 132^\circ$ ,  $|\angle CDA| = 105^\circ$ ).

### 1 punkt

- poprawny sposób obliczenia miar dwóch kątów trapezu  $ABCD$   
LUB
- ustalenie miar dwóch kątów trapezu  $ABCD$  bez podania sposobu ich obliczenia, np. zapisanie na rysunku.

### 0 punktów

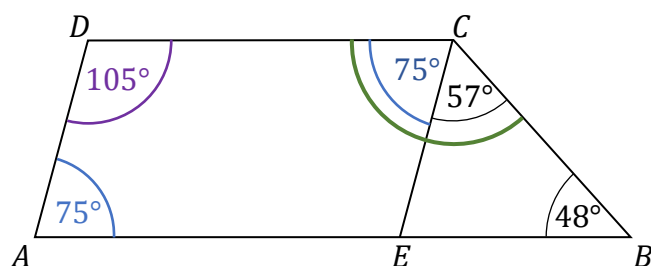
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

### Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

#### I sposób

Obliczymy miarę kąta wewnętrznego  $BCD$  trapezu  $ABCD$ . Wykorzystamy własność, że suma miar kątów wewnętrznych przy jednym ramieniu trapezu jest równa  $180^\circ$ .

$$180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$$



Obliczymy miarę kąta wewnętrznego  $ECD$  równoległoboku  $AECD$ :

$$132^\circ - 57^\circ = 75^\circ$$

Kąt wewnętrzny  $DAE$  ( $DAB$ ) ma także miarę równą  $75^\circ$ .

Obliczymy miarę kąta wewnętrznego  $CDA$  trapezu  $ABCD$ :

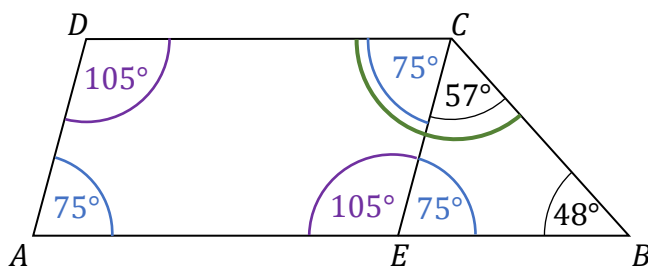
$$180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

Odpowiedź: Kąty trapezu  $ABCD$  mają miary:

$$|\angle DAB| = 75^\circ, |\angle BCD| = 132^\circ, |\angle CDA| = 105^\circ.$$



## II sposób



Suma miar kątów wewnętrznych trójkąta jest równa  $180^\circ$ , zatem:

$$|\angle CEB| = 180^\circ - 48^\circ - 57^\circ = 75^\circ$$

Skoro

$$|\angle CEB| + |\angle AEC| = 180^\circ, \text{ to } |\angle AEC| = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

Kąty  $AEC$  i  $CDA$  są równe, więc  $|\angle CDA| = 105^\circ$ .

Skoro

$$|\angle CDA| + |\angle DAE| = 180^\circ, \text{ to } |\angle DAE| = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ.$$

Kąty  $DAE$  i  $ECD$  są równe, więc  $|\angle BCD| = 75^\circ + 57^\circ = 132^\circ$ .

Odpowiedź: Kąty trapezu  $ABCD$  mają miary:

$$|\angle DAB| = 75^\circ, |\angle BCD| = 132^\circ, |\angle CDA| = 105^\circ.$$

## III sposób

Suma miar kątów wewnętrznych trójkąta jest równa  $180^\circ$ , zatem:

$$|\angle CEB| = 180^\circ - 48^\circ - 57^\circ = 75^\circ$$

Kąty  $CEB$  i  $ECD$  są naprzemianległe, zatem:

$$|\angle CEB| = |\angle ECD| = 75^\circ$$

Ponadto:

kąty  $ECD$  i  $DAE$  ( $DAB$ ) są równe, więc

$$|\angle ECD| = |\angle DAE| = 75^\circ$$

Obliczymy miarę kąta  $BCD$ :

$$|\angle BCD| = 57^\circ + 75^\circ = 132^\circ$$

Skoro

$$|\angle AEC| + |\angle ECD| = 180^\circ, \text{ to } |\angle AEC| = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ.$$

Kąty  $AEC$  i  $CDA$  są równe, więc

$$|\angle CDA| = 105^\circ$$

Odpowiedź: Kąty trapezu  $ABCD$  mają miary:

$$|\angle DAB| = 75^\circ, |\angle BCD| = 132^\circ, |\angle CDA| = 105^\circ.$$

### Zadanie 19. (0–2)

| Wymaganie ogólne                                                                                                                                                                                   | Wymagania szczegółowe                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.</p> <p>2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.</p> | <p><b>KLASY IV–VI</b></p> <p>XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:</p> <p>3) oblicza pola: [...] kwadratu, prostokąta, [...] w sytuacjach praktycznych [...].</p> <p>XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń:</p> <p>8) oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość.</p> |

### Zasady oceniania

#### 2 punkty – pełne rozwiązanie

- poprawny sposób obliczenia, ile razy pole dużej tablicy jest większe od pola małej tablicy, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy (6 razy)  
LUB
- ustalenie poprawnych zależności między długościami boków prostokąta a długością boku kwadratu **oraz** ustalenie (na podstawie odpowiednio zwymiarowanych względem siebie figur na rysunku lub na podstawie prawidłowego działania arytmetycznego), że pole dużej tablicy jest 6 razy większe od pola małej tablicy.

#### 1 punkt

- poprawny sposób obliczenia **długości boku małej kwadratowej** tablicy w rzeczywistości **oraz** poprawny sposób obliczenia **pola dużej prostokątnej** tablicy w rzeczywistości  
LUB
- poprawny sposób obliczenia **długości boku małej kwadratowej** tablicy w rzeczywistości **oraz** poprawny sposób obliczenia **pola małej kwadratowej** tablicy w rzeczywistości,  
LUB
- poprawny sposób obliczenia **długości boków dużej prostokątnej** tablicy na rysunku w skali 1 : 20 **oraz** poprawny sposób obliczenia **pola małej kwadratowej** tablicy narysowanej w skali 1 : 20,  
LUB
- poprawny sposób obliczenia **długości boków dużej prostokątnej** tablicy na rysunku w skali 1 : 20 **oraz** poprawny sposób obliczenia **pola dużej prostokątnej** tablicy narysowanej w skali 1 : 20,  
LUB
- poprawny sposób ustalenia zależności między długościami boków prostokąta a długością boku kwadratu, np. zapisanie:  
 $240 : 60$  **oraz**  $90 : 60$   
 albo  
 $12 : 3$  **oraz**  $4,5 : 3$   
 LUB

- narysowanie odpowiednio zwymiarowanych względem siebie figur: kwadratu oraz prostokąta, którego długość krótszego boku stanowi 1,5 długości boku kwadratu, a długość drugiego boku prostokąta jest 4 razy większa od długości boku kwadratu.

**0 punktów**

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

**Uwagi**

- Nie ocenia się stosowania jednostki.
- Jeżeli uczeń poprawnie obliczy pola obu tablic w wymiarach rzeczywistych albo w skali 1 : 20, a następnie proporcjonalnie zmniejszy lub zwiększy te pola **oraz** obliczy ich iloraz bez błędów rachunkowych, to otrzymuje 2 punkty.

**Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty****I sposób**

Obliczymy długość boku małej kwadratowej tablicy w rzeczywistości:

$$3 \text{ cm} \cdot 20 = 60 \text{ cm}$$

Obliczymy pole małej kwadratowej tablicy w rzeczywistości:

$$P_{\text{małej tablicy}} = 60 \text{ cm} \cdot 60 \text{ cm} = 3\,600 \text{ cm}^2$$

Obliczymy pole dużej prostokątnej tablicy w rzeczywistości:

$$P_{\text{dużej tablicy}} = 240 \text{ cm} \cdot 90 \text{ cm} = 21\,600 \text{ cm}^2$$

Obliczymy, ile razy pole dużej prostokątnej tablicy jest większe od pola małej kwadratowej tablicy:

$$\frac{P_{\text{dużej tablicy}}}{P_{\text{małej tablicy}}} = \frac{21\,600 \text{ cm}^2}{3\,600 \text{ cm}^2} = 6$$

Odpowiedź: Pole dużej tablicy jest 6 razy większe od pola małej tablicy.

**II sposób**

Obliczymy długości boków dużej prostokątnej tablicy na rysunku w skali 1 : 20:

$$240 \text{ cm} : 20 = 12 \text{ cm}$$

$$90 \text{ cm} : 20 = 4,5 \text{ cm}$$

Obliczymy pole dużej prostokątnej tablicy na rysunku w skali 1 : 20:

$$P_{\text{rysunku dużej tablicy}} = 12 \text{ cm} \cdot 4,5 \text{ cm} = 54 \text{ cm}^2$$

Obliczymy pole małej kwadratowej tablicy na rysunku w skali 1 : 20:

$$P_{\text{rysunku małej tablicy}} = 3 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 9 \text{ cm}^2$$

Obliczymy, ile razy pole dużej prostokątnej tablicy jest większe od pola małej kwadratowej tablicy:

$$\frac{P_{\text{dużej tablicy}}}{P_{\text{małej tablicy}}} = \frac{P_{\text{rysunku dużej tablicy}}}{P_{\text{rysunku małej tablicy}}} = \frac{54 \text{ cm}^2}{9 \text{ cm}^2} = 6$$

Odpowiedź: Pole dużej tablicy jest 6 razy większe od pola małej tablicy.

### III sposób

Obliczymy długość boku małej kwadratowej tablicy w rzeczywistości:

$$3 \text{ cm} \cdot 20 = 60 \text{ cm}$$

Obliczymy stosunek długości boków prostokątnej tablicy do długości boku kwadratowej tablicy:

$$240 \text{ cm} : 60 \text{ cm} = 4$$

$$90 \text{ cm} : 60 \text{ cm} = 1,5$$

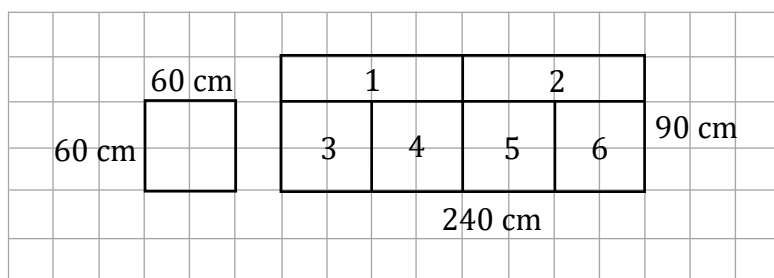
Obliczymy, ile razy pole dużej prostokątnej tablicy jest większe od pola małej kwadratowej tablicy:

$$4 \cdot 1,5 = 6$$

Odpowiedź: Pole dużej tablicy jest 6 razy większe od pola małej tablicy.

### IV sposób

Sposób graficzny:



Odpowiedź: Pole dużej tablicy jest 6 razy większe od pola małej tablicy.

### Zadanie 20. (0–3)

| Wymaganie ogólne                                                                                                                                                                                                                                                   | Wymagania szczegółowe                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| IV. Rozumowanie i argumentacja.<br>3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki. | <b>KLASY IV–VI</b><br>XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:<br>3) oblicza pola: trójkąta, kwadratu, [...] w sytuacjach praktycznych [...];<br>5) oblicza pola wielokątów metodą podziału na mniejsze wielokąty lub uzupełniania do większych wielokątów [...].<br>IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń:<br>1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka. |

## Zasady oceniania

## 3 punkty – pełne rozwiązanie

poprawny sposób obliczenia pola czworokąta  $AECF$ , prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką ( $105 \text{ cm}^2$ ).

## 2 punkty

- poprawny sposób obliczenia pola czworokąta  $AECF$ , np. zapisanie

$$P_{AECF} = 15^2 - \frac{[2 \cdot (15 : 5)] \cdot 15}{2} - \frac{[2 \cdot (15 : 3)] \cdot 15}{2}$$

albo

$$P_{AECF} = \frac{[3 \cdot (15 : 5)] \cdot 15}{2} + \frac{(15 : 3) \cdot 15}{2},$$

albo

$$P_{AECF} = \frac{(15 + 15 : 3) \cdot 15}{2} - \frac{[2 \cdot (15 : 5)] \cdot 15}{2}$$

LUB

- poprawny sposób obliczenia, jaką częścią pola kwadratu  $ABCD$  jest pole czworokąta  $AECF$ .

## 1 punkt

- poprawny sposób obliczenia pola jednego z trójkątów  $ABE$ ,  $ADF$ ,  $AEC$ ,  $ACF$ , np.

$$P_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 2 \cdot (15 : 5) \quad \text{lub} \quad P_{ADF} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 2 \cdot (15 : 3) \quad \text{lub}$$

$$P_{AEC} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 3 \cdot (15 : 5) \quad \text{lub} \quad P_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot (15 : 3)$$

LUB

- poprawny sposób obliczenia pola jednego z trapezów  $ABCF$ ,  $AECD$ , np. zapisanie

$$P_{ABCF} = \frac{1}{2} \cdot [15 + (15 : 3)] \cdot 15 \quad \text{lub} \quad P_{AECD} = \frac{1}{2} \cdot [15 + (3 \cdot (15 : 5))] \cdot 15,$$

LUB

- poprawny sposób wyznaczenia, jaką częścią pola kwadratu  $ABCD$  jest pole jednego z trójkątów  $ABE$ ,  $ADF$ ,  $AEC$ ,  $ACF$ ,

LUB

- zapisanie, że pole czworokąta  $AECF$  jest różnicą pola kwadratu  $ABCD$  i sumy pól trójkątów  $ABE$  i  $ADF$  z uwzględnieniem długości boku kwadratu, np.

$$P_{AECF} = 15^2 - \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot |BE| - \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot |DF| \quad (\text{lub zapisy równoważne}),$$

LUB

- zapisanie, że pole czworokąta  $AECF$  jest różnicą pola trapezu  $ABCF$  i pola trójkąta  $ABE$  z uwzględnieniem długości boku kwadratu, np.

$$P_{AECF} = \frac{1}{2} \cdot (15 + |FC|) \cdot 15 - \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot |BE| \quad (\text{lub zapisy równoważne}),$$

LUB

- zapisanie, że pole czworokąta  $AECF$  jest sumą pola trójkąta  $AEC$  i pola trójkąta  $ACF$  z uwzględnieniem długości boku kwadratu, np.

$$P_{AECF} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot |EC| + \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot |CF| \quad (\text{lub zapisy równoważne}).$$

### 0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

### Uwagi

1. Brak jednostki lub zapisanie niewłaściwej jednostki w wyniku końcowym traktuje się jako błąd rachunkowy.
2. Nie akceptuje się rozwiązań zadania opartych na pomiarze, np. linijką.

### Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

#### I sposób

Obliczymy pole trójkąta  $ABE$ :

$$|AB| = 15 \text{ (cm)}$$

$$|BE| = 2 \cdot (15 : 5) = 6 \text{ (cm)}$$

$$P_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot |BE|$$

$$P_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 6 = 45 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Obliczymy pole trójkąta  $ADF$ :

$$|AD| = 15 \text{ (cm)}$$

$$|DF| = 2 \cdot (15 : 3) = 10 \text{ (cm)}$$

$$P_{ADF} = \frac{1}{2} \cdot |AD| \cdot |DF|$$

$$P_{ADF} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 10 = 75 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Zauważymy, że pole czworokąta  $AECF$  jest różnicą pola kwadratu  $ABCD$  i pól trójkątów  $ABE$  i  $ADF$ :

$$P_{AECF} = P_{ABCD} - P_{ABE} - P_{ADF}$$

$$P_{AECF} = 225 - 45 - 75 = 105 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole czworokąta  $AECF$  jest równe  $105 \text{ cm}^2$ .

**II sposób**

Obliczymy pole trójkąta  $AEC$ :

$$|AB| = 15 \text{ (cm)}$$

$$|EC| = 3 \cdot (15 : 5) = 9 \text{ (cm)}$$

$$P_{AEC} = \frac{1}{2} \cdot |EC| \cdot |AB|$$

$$P_{AEC} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 15 = 67,5 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Obliczymy pole trójkąta  $ACF$ :

$$|AD| = 15 \text{ (cm)}$$

$$|CF| = 15 : 3 = 5 \text{ (cm)}$$

$$P_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot |CF| \cdot |AD|$$

$$P_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 15 = 37,5 \text{ (cm}^2\text{)}$$

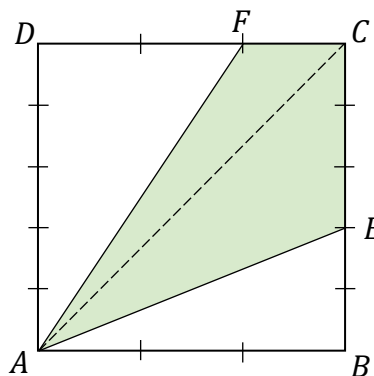
Pole czworokąta  $AECF$  jest sumą pól trójkątów  $AEC$  i  $ACF$ .

Obliczymy pole czworokąta  $AECF$ :

$$P_{AECF} = P_{AEC} + P_{ACF}$$

$$P_{AECF} = 67,5 + 37,5 = 105 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole czworokąta  $AECF$  jest równe  $105 \text{ cm}^2$ .

**III sposób**

Obliczymy, jaką część pola kwadratu  $ABCD$  stanowią pola trójkątów  $AEC$  i  $ACF$ . Wykorzystamy fakt, że stosunek pól trójkątów o tych samych wysokościach jest równy stosunkowi długości ich podstaw:

$$P_{AEC} = \frac{3}{5} \cdot P_{ABC} = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} P_{ABCD} = \frac{3}{10} P_{ABCD}$$

$$P_{ACF} = \frac{1}{3} \cdot P_{ACD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} P_{ABCD} = \frac{1}{6} P_{ABCD}$$

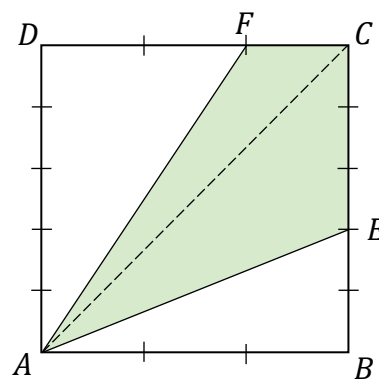
Obliczymy pole czworokąta  $AECF$ :

$$P_{AECF} = P_{AEC} + P_{ACF}$$

$$P_{AECF} = \frac{3}{10} P_{ABCD} + \frac{1}{6} P_{ABCD}$$

$$P_{AECF} = \frac{7}{15} P_{ABCD} = \frac{7}{15} \cdot 225 = 105 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole czworokąta  $AECF$  jest równe  $105 \text{ cm}^2$ .



#### IV sposób

Obliczymy długość podstawy  $FC$  trapezu  $ABCF$ :

$$|FC| = 15 : 3 = 5 \text{ (cm)}$$

Obliczymy pole trapezu  $ABCF$ :

$$|AB| = 15 \text{ (cm)}$$

$$|BC| = 15 \text{ (cm)}$$

$$P_{ABCF} = \frac{1}{2} \cdot (|AB| + |FC|) \cdot |BC|$$

$$P_{ABCF} = \frac{1}{2} \cdot (15 + 5) \cdot 15 = 150 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Obliczymy pole trójkąta  $ABE$ :

$$|AB| = 15 \text{ (cm)}$$

$$|BE| = 2 \cdot (15 : 5) = 6 \text{ (cm)}$$

$$P_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot |BE|$$

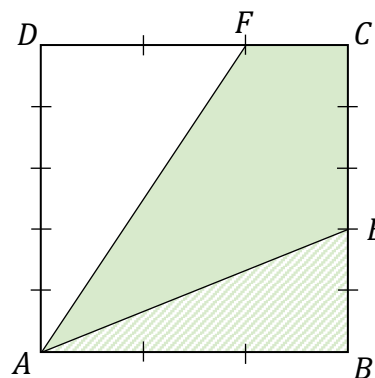
$$P_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 6 = 45 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Zauważymy, że pole czworokąta  $AECF$  jest różnicą pola trapezu  $ABCF$  i pola trójkąta prostokątnego  $ABE$ :

$$P_{AECF} = P_{ABCF} - P_{ABE}$$

$$P_{AECF} = 150 - 45 = 105 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole czworokąta  $AECF$  jest równe  $105 \text{ cm}^2$ .



#### V sposób

Obliczymy, jaką część pola kwadratu  $ABCD$  stanowią pola trójkątów  $ABE$  i  $ADF$ .

Wykorzystamy fakt, że stosunek pól trójkątów o tych samych wysokościach jest równy stosunkowi długości ich podstaw:

$$P_{ABE} = \frac{2}{5} \cdot P_{ABC} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} P_{ABCD} = \frac{1}{5} P_{ABCD}$$

$$P_{ADF} = \frac{2}{3} \cdot P_{ADC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} P_{ABCD} = \frac{1}{3} P_{ABCD}$$

Zauważymy, że pole czworokąta  $AECF$  jest różnicą pola kwadratu  $ABCD$  oraz pól trójkątów  $ABE$  i  $ADF$ :

$$P_{AECF} = P_{ABCD} - P_{ABE} - P_{ADF}$$

Obliczymy pole czworokąta  $AECF$ :

$$P_{AECF} = P_{ABCD} - \frac{1}{5} P_{ABCD} - \frac{1}{3} P_{ABCD}$$

$$P_{AECF} = \frac{7}{15} P_{ABCD} = \frac{7}{15} \cdot 225 = 105 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole czworokąta  $AECF$  jest równe  $105 \text{ cm}^2$ .



**Zadanie 21. (0–3)**

| Wymaganie ogólne                                                                                                                                                                                                                                                   | Wymagania szczegółowe                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| IV. Rozumowanie i argumentacja.<br>3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki. | <b>KLASY VII i VIII</b><br>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).<br>IX. Wielokąty. Uczeń:<br>2) stosuje wzory na pole trójkąta [...], a także do wyznaczania długości odcinków [...].<br>XI. Geometria przestrzenna. Uczeń:<br>1) rozpoznaje [...] ostrosłupy [...] prawidłowe. |

**Zasady oceniania****3 punkty – pełne rozwiązanie**

poprawny sposób obliczenia sumy długości wszystkich krawędzi ostrosłupa, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką długości (132 cm).

**2 punkty**

- poprawny sposób obliczenia długości krawędzi podstawy **oraz** poprawny sposób obliczenia długości krawędzi bocznej ostrosłupa, czyli poprawne zastosowanie twierdzenia Pitagorasa, np. zapisanie

$$108 : \left(\frac{1}{2} \cdot 12\right) \quad \text{oraz} \quad 12^2 + \left[108 : \left(\frac{1}{2} \cdot 12\right)\right]^2 = c^2$$

gdzie  $c$  jest długością krawędzi bocznej ostrosłupa (lub zapisy równoważne)  
LUB

- poprawny sposób obliczenia długości krawędzi podstawy **oraz** prawidłowy wynik liczbowy (18 cm) **oraz** ustalenie (np. zapisanie na rysunku) długości krawędzi bocznej ostrosłupa bez przedstawienia sposobu jej obliczenia (15 cm), np. zapisanie

$$108 : \left(\frac{1}{2} \cdot 12\right) = 18 \quad \text{oraz} \quad c = 15$$

gdzie  $c$  jest długością krawędzi bocznej ostrosłupa (lub zapisy równoważne).

**1 punkt**

- poprawny sposób obliczenia długości krawędzi podstawy ostrosłupa, tzn. zapisanie równania z jedną niewiadomą lub wyrażen arytmetycznych z wykorzystaniem wzoru na pole trójkąta z uwzględnieniem wszystkich danych liczbowych (pole powierzchni jednej ściany bocznej i wysokości ściany bocznej), np.

$$108 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 12 \quad \text{gdzie } a \text{ jest długością krawędzi podstawy ostrosłupa}$$

albo

$$108 : \left(\frac{1}{2} \cdot 12\right)$$

LUB

- zastosowanie twierdzenia Pitagorasa do wyznaczenia długości krawędzi bocznej ostrosłupa, czyli zapisanie zgodnie z przyjętymi oznaczeniami poprawnej zależności między wysokością ściany bocznej a połową długości krawędzi podstawy ostrosłupa oraz długością krawędzi bocznej ostrosłupa, np.

$$12^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = c^2$$

gdzie:  $a$  jest długością poprawnie zidentyfikowanej krawędzi podstawy **oraz**

$c$  jest długością poprawnie zidentyfikowanej krawędzi bocznej ostrosłupa  
(lub zapisy równoważne).

### 0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

### Uwagi

1. Nie ocenia się stosowania jednostki.
2. Jeżeli uczeń ustala długość krawędzi podstawy (18 cm) i długość krawędzi bocznej (15 cm), np. zapisuje na rysunku bez przedstawienia sposobów ich obliczenia **oraz przedstawia poprawny sposób** obliczenia sumy długości wszystkich krawędzi ostrosłupa **oraz** doprowadza rozwiązanie zadania do końca bez błędów rachunkowych, to otrzymuje 2 punkty.

### Przykładowe rozwiązanie ocenione na 3 punkty

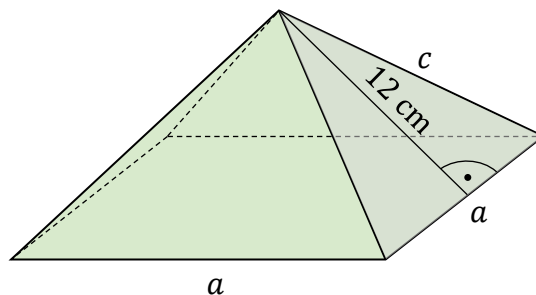
Oznaczmy na rysunku długość krawędzi podstawy ostrosłupa jako  $a$  oraz długość krawędzi bocznej jako  $c$ .

Obliczymy długość krawędzi podstawy ostrosłupa:

$$P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 12$$

$$108 = a \cdot 6$$

$$a = 18 \text{ (cm)}$$



Obliczymy długość krawędzi bocznej ostrosłupa z twierdzenia Pitagorasa:

$$c^2 = 12^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$c^2 = 12^2 + 9^2$$

$$c^2 = 225$$

$$c = \sqrt{225}$$

$$c = 15$$

Obliczymy sumę długości wszystkich krawędzi ostrosłupa:

$$4 \cdot a + 4 \cdot c = 4 \cdot 18 + 4 \cdot 15 = 132 \text{ (cm)}$$

Odpowiedź: Suma długości wszystkich krawędzi ostrosłupa jest równa 132 cm.