CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin maturalny**
Przedmiot:	**Fizyka**
Poziom:	**Poziom rozszerzony**
Formy arkusza:	MFAP-R0-100, MFAP-R0-200
Termin egzaminu:	12 czerwca 2026 r.
Data publikacji dokumentu:	12 czerwca 2026 r.

Ogólne zasady oceniania arkuszy egzaminacyjnych z fizyki

1. Jeżeli zdający poprawnie rozwiązał zadanie (użył poprawnej metody, uwzględnił warunki zadania, otrzymał poprawny wynik) metodą, której nie uwzględniały zasady oceniania (chodzi o jakościowo inną metodę – np. użycie prawa / wzoru / twierdzenia / metody rachunkowej spoza podstawy programowej – a nie o metodę równoważną tym w zasadach oceniania), to otrzymuje maksymalną liczbę punktów.
2. Jeżeli zdający poda w wyniku końcowym wartość wielkości fizycznej bez jednostki lub z błędną jednostką, to nie spełnia warunków określonych w zasadach oceniania na maksymalną liczbę punktów.
3. Ocenie podlegają te fragmenty pracy zdającego, które dotyczą polecenia.
4. Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania zdający podaje kilka sprzecznych rozwiązań i nie wskazuje, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
5. Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania zdający podaje kilka sprzecznych rozwiązań i wskazuje, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
6. Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania zdający popełnia błąd rachunkowy (albo błąd przepisania wartości z danych albo wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne metody rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
7. Jeżeli w poleceniu jest dyspozycja o zapisaniu wyniku zaokrąglonego do pewnej liczby cyfr znaczących, to oznacza, że wynik musi być podany w postaci rozwinięcia dziesiętnego liczby i z określonym w poleceniu zaokrągleniem. Jeżeli w zadaniu <u>z takim poleceniem</u> zdający przedstawia wynik w postaci ułamka zwykłego, lub w postaci z występującym π lub np. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ albo podaje wynik ze zbyt dużą lub zbyt małą liczbą cyfr znaczących – to nie otrzymuje maksymalnej liczby punktów.
8. Wszelkie wzory / związki / zależności / relacje między wielkościami mogą być równoważnie zapisane za pomocą symboli lub za pomocą liczb, które to liczby są wartościami wielkości występujących w tych wzorach / związkach / zależnościach / relacjach.
9. Jeżeli w zasadach oceniania danego etapu rozwiązania wymienione jest, że zdający korzysta / uwzględnia / zapisuje dane związki / zależności / prawa / wzory, to mogą być one zapisane oddzielnie, albo nawet w jednym równaniu (o ile to możliwe).

Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

Gdy wymaganie dotyczy treści szkoły podstawowej, dopisano (SP), a gdy zakresu podstawowego szkoły ponadpodstawowej – dopisano (P).

Zadanie 1.1. (0–1)

Wymagania określone w podstawie programowej[1]	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: II.16) (SP) opisuje spadek swobodny […]. II.3) opisuje ruchy postępowe, posługując się wielkościami wektorowymi: […] przyspieszeniem […]; II.7) opisuje ruchy złożone jako sumę ruchów prostych; analizuje rzut poziomy jako przykład ruchu dwuwymiarowego.

Zasady oceniania
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
PF

Zadanie 1.2. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.16) (SP) opisuje spadek swobodny […]. I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami […] drogi od czasu; II.7) opisuje ruchy złożone jako sumę ruchów prostych; analizuje rzut poziomy jako przykład ruchu dwuwymiarowego.

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej kształcenia ogólnego dla liceum ogólnokształcącego, technikum oraz branżowej szkoły II stopnia (Dz.U. z 2024 r. poz. 1019).

Zasady oceniania[2]

4 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości prędkości początkowej kulki K_B **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $v_{0B} \approx 1{,}46\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ albo $v_{0B} \approx 1{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

3 pkt – poprawne wyznaczenie/zapisanie zależności (bez czasu) między zasięgiem rzutu a prędkością początkową, wysokością i przyśpieszeniem grawitacyjnym dla każdej z kulek **oraz** zapisanie/wykorzystanie zależności pomiędzy zasięgami rzutów obu kulek a odległością między słupami, np. zapisy równoważne poniższym:

$$x_A = v_{0A}\sqrt{\frac{2h_A}{g}} \quad \text{oraz} \quad x_B = v_{0B}\sqrt{\frac{2h_B}{g}} \quad \text{oraz} \quad x_A + x_B = d$$

2 pkt – poprawne zapisanie zależności między zasięgiem rzutu a prędkością początkową i czasem lotu dla jednej z kulek **oraz** zapisanie zależności pomiędzy zasięgami rzutów obu kulek a odległością między słupami, np. zapisy równoważne poniższym:

$$(x_A = v_{0A}t_A \quad \text{albo} \quad x_B = v_{0B}t_B) \quad \text{oraz} \quad x_A + x_B = d$$

LUB

– poprawne wykorzystanie zależności między zasięgiem rzutu a prędkością początkową i czasem lotu **oraz** poprawne wykorzystanie zależności między czasem lotu a wysokością i przyśpieszeniem grawitacyjnym dla każdej z kulek, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(x_A = v_{0A}t_A \quad \text{oraz} \quad t_A = \sqrt{\frac{2h_A}{g}}\right) \quad \text{oraz} \quad \left(x_B = v_{0B}t_B \quad \text{oraz} \quad t_B = \sqrt{\frac{2h_B}{g}}\right)$$

albo

$$x_A = v_{0A}\sqrt{\frac{2h_A}{g}} \quad \text{oraz} \quad x_B = v_{0B}\sqrt{\frac{2h_B}{g}}$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia zasięgu rzutu kulki K_A oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką, np. zapisy równoważne poniższym:

$$x_A = v_{0A}\sqrt{\frac{2h_A}{g}} \approx 3{,}03\ \mathrm{m}$$

1 pkt – poprawne zapisanie zależności między zasięgiem rzutu a prędkością początkową i czasem lotu dla jednej z kulek, np. zapisy równoważne poniższym:

$$x_A = v_{0A}t_A \quad \text{albo} \quad x_B = v_{0B}t_B$$

LUB

– poprawne wyznaczenie czasu lotu jednej z kulek, tzn. zapisanie zależności między czasem lotu a wysokością i przyśpieszeniem grawitacyjnym dla jednej z kulek, np. zapisy równoważne poniższym:

$$t_A = \sqrt{\frac{2h_A}{g}} \quad \text{albo} \quad t_B = \sqrt{\frac{2h_B}{g}}$$

[2] Pod opisem warunków za przyznanie punktów, w niektórych przypadkach podano przykładowe zapisy (lub przykładowe zapisy równoważne), które spełniają te warunki w minimalnym stopniu.

LUB

– zapisanie zależności pomiędzy zasięgami rzutów obu kulek a odległością między słupami:

$x_A + x_B = d$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie[3]

Odległość punktu P od słupa S_A oznaczymy jako x_A, a odległość punktu P od słupa S_B oznaczymy jako x_B. Obie te odległości są odpowiednio zasięgami rzutów kulki K_A i kulki K_B. Rzut poziomy jest złożeniem ruchu jednostajnego prostoliniowego w poziomie i spadku swobodnego w pionie. Zastosujemy odpowiednie wzory na zasięg i wysokość rzutu obu kulek, następnie wyeliminujemy czas we wzorze na zasięg:

$$\left(x_A = v_{0A}t_A \quad \text{oraz} \quad h_A = \frac{1}{2}gt_A^2\right) \quad \rightarrow \quad x_A = v_{0A}\sqrt{\frac{2h_A}{g}} \quad \text{– dla kulki A}$$

$$\left(x_B = v_{0B}t_B \quad \text{oraz} \quad h_B = \frac{1}{2}gt_B^2\right) \quad \rightarrow \quad x_B = v_{0B}\sqrt{\frac{2h_B}{g}} \quad \text{– dla kulki B}$$

Ponieważ kulki upadły w tym samym punkcie, to:

$$x_A + x_B = d$$

Do powyższego równania podstawimy wzory na zasięgi z wyeliminowanymi czasami, następnie podstawimy dane liczbowe i obliczymy v_{0B}:

$$v_{0A}\sqrt{\frac{2h_A}{g}} + v_{0B}\sqrt{\frac{2h_B}{g}} = d$$

$$3{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 5{,}0\ \mathrm{m}}{9{,}8\ \mathrm{m/s^2}}} + v_{0B}\sqrt{\frac{2 \cdot 7{,}2\ \mathrm{m}}{9{,}8\ \mathrm{m/s^2}}} = 4{,}8\ \mathrm{m}$$

$$3{,}03\ \mathrm{m} + v_{0B} \cdot 1{,}21\ \mathrm{s} \approx 4{,}8\ \mathrm{m}$$

$$v_{0B} \approx 1{,}46\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 1{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

[3] Przykładowe rozwiązania mogą zawierać dodatkowe wyjaśnienia/komentarze, które nie podlegają ocenie. Wymagane elementy rozwiązania zdającego podlegające ocenie są wyszczególnione i opisane w kryteriach punktacji zasad oceniania. Dodatkowe komentarze w rozwiązaniu zamieszczono w celach dydaktycznych.

Zadanie 2.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. II.11) (SP) rozpoznaje i nazywa siły, podaje ich przykłady w różnych sytuacjach praktycznych (siły: ciężkości, […] sprężystości […]). II.12) wyznacza graficznie siłę wypadkową dla sił działających w dowolnych kierunkach na płaszczyźnie; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 2.2. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. II.8) opisuje ruch jednostajny po okręgu, posługując się pojęciami: […] częstotliwości, prędkości liniowej oraz […] prędkości kątowej i przyspieszenia dośrodkowego […]; II.10) identyfikuje siłę wypadkową działającą na ciało w ruchu jednostajnym po okręgu jako siłę dośrodkową; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał.

Zasady oceniania
4 pkt – poprawna metoda wyznaczenia częstotliwości f_{max} w ruchu kulki K po okręgu **oraz** zapisanie prawidłowej postaci wzoru na f_{max}:

$$f_{max} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2g}{l}}$$

3 pkt – zapisanie/wyprowadzenie związku między wartościami siły dośrodkowej i siły napięcia linki a promieniem okręgu i długością linki **oraz** poprawne zapisanie/wykorzystanie wzoru na siłę dośrodkową z częstością/częstotliwością **oraz** zapisanie/wykorzystanie warunku zadania na maksymalną wartość siły napięcia linki, np. zapisy równoważne poniższym

$\frac{F_{do}}{F_n} = \frac{r}{l}$ oraz $F_{do} = m\omega^2 r$ oraz $F_{n\,max} = 2mg$

albo w jednym równaniu

$m\omega_{max}^2 r = \frac{r}{l} \cdot 2mg$

2 pkt – poprawne powiązanie wartości siły dośrodkowej z wartością siły napięcia linki i sinusem kąta odchylenia linki od pionu **oraz** poprawne zapisanie wzoru na sinus tego kąta, np. zapisy równoważne poniższym:

$\frac{F_{do}}{F_n} = \sin\alpha$ oraz $\sin\alpha = \frac{r}{l}$

LUB

– zapisanie proporcji wynikającej z podobieństwa trójkąta sił i trójkąta KOP, np. zapisy równoważne poniższym:

$\frac{F_{do}}{F_n} = \frac{r}{l}$

LUB

– poprawne narysowanie na rysunku (albo zapisanie) siły dośrodkowej $\vec{F}_{do}$ jako wektorowej sumy siły grawitacji $\vec{F}_g$ i siły napięcia linki $\vec{F}_n$ **oraz** poprawne zapisanie wzoru na siłę dośrodkową z częstością/częstotliwością, np. zapisy równoważne poniższym:

rysunek równoległoboku sił oraz ($F_{do} = m\omega^2 r$ lub $F_{do} = m(2\pi f)^2 r$)

albo

$\vec{F}_{do} = \vec{F}_n + \vec{F}_g$ oraz ($F_{do} = m\omega^2 r$ lub $F_{do} = m(2\pi f)^2 r$)

1 pkt – poprawne powiązanie wartości siły dośrodkowej z wartością siły napięcia linki i sinusem kąta odchylenia linki od pionu, np. zapisy równoważne poniższym:

$\frac{F_{do}}{F_n} = \sin\alpha$

LUB

– poprawne narysowanie na rysunku siły dośrodkowej $\vec{F}_{do}$ jako wektorowej sumy siły grawitacji $\vec{F}_g$ i siły napięcia linki $\vec{F}_n$ (albo zapisanie wektorowo: $\vec{F}_{do} = \vec{F}_n + \vec{F}_g$)

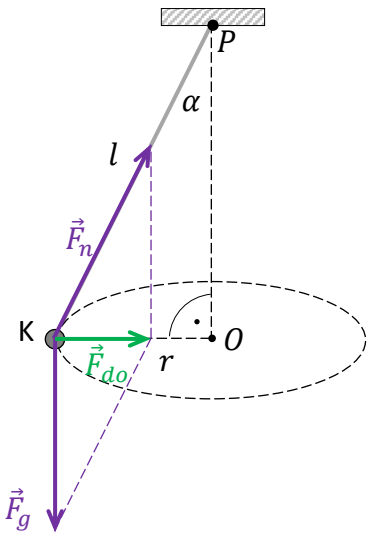
LUB

– poprawne zapisanie wzoru na siłę dośrodkową z częstością lub częstotliwością, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_{do} = m\omega^2 r$ lub $F_{do} = m(2\pi f)^2 r$ lub $\left(F_{do} = \frac{mv^2}{r} \text{ oraz } v = 2\pi f r\right)$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie



Siła dośrodkowa jest wypadkową siły napięcia linki oraz siły grawitacji (zobacz rysunek obok). Z dynamiki układu wynika geometria – trójkąt sił (tzn. połowa równoległoboku sił) jest podobny do trójkąta KOP, a zatem:

$$\frac{F_{do}}{F_n} = \frac{r}{l} \qquad \text{(lub analogicznie: } F_{do} = \sin\alpha \cdot F_n\text{)}$$

Z drugiej strony kulka K porusza się po okręgu z częstotliwością graniczną (maksymalną), przy której wartość siły napięcia linki jest maksymalna. Wykorzystamy dodatkowo warunek zadania oraz wzór na siłę dośrodkową:

$$\frac{F_{do}}{F_{n\,max}} = \frac{r}{l} \quad \text{oraz} \quad F_{n\,max} = 2mg \quad \text{oraz} \quad F_{do} = m\omega_{max}^2 r$$

Zatem:

$$F_{do} = \frac{r}{l} \cdot F_{n\,max} \quad \rightarrow \quad m\omega_{max}^2 r = \frac{r}{l} \cdot 2mg$$

$$\omega_{max}^2 = \frac{2g}{l} \quad \rightarrow \quad (2\pi f_{max})^2 = \frac{2g}{l} \quad \rightarrow \quad f_{max} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2g}{l}}$$

Zadanie 3.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. II.1) opisuje ruch względem różnych układów odniesienia; II.3) opisuje ruchy postępowe, posługując się wielkościami wektorowymi: prędkością […]; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

PP

Zadanie 3.2. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych..	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. II.15) wykorzystuje zasadę zachowania pędu do opisu zachowania się izolowanego układu ciał; II.16) rozróżnia i analizuje zderzenia sprężyste i niesprężyste; II.20) […] wykorzystuje […] zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. V.1) opisuje proporcjonalność siły sprężystości do wydłużenia; posługuje się pojęciem współczynnika sprężystości […]; V.6) oblicza energię potencjalną sprężystości […].

Zasady oceniania

Rozwiązanie będzie podlegało ocenie, gdy zdający spełni co najmniej jeden z poniższych warunków lub ich kombinację, określoną dalej w schemacie punktowania.

Warunek ZZE

Poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii mechanicznej, w którym uwzględniono (wystarczy poprzez oznaczenia) energie kinetyczne klocków w chwilach przedstawionych na rysunkach 1. i 2. i energię potencjalną sprężystości sprężyny w chwili przedstawionej na rysunku 2., np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{kin1\,A} = E_{kin2\,A} + E_{kin2\,B} + E_{pot2\,spr}$$

Warunek ZZP

Poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania pędu całkowitego układu, w którym uwzględniono prędkości i masy klocków w chwilach przedstawionych na rysunkach 1. i 2., np. zapisy równoważne poniższym:

$$m_A v_1 + m_B \cdot 0 = m_A v_2 + m_B v_2$$

Warunek ZZE_WZORY

Poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii mechanicznej, w którym uwzględniono wzory (zgodne z oznaczeniami mas i prędkości podanymi w zadaniu) na energie kinetyczne klocków w chwilach przedstawionych na rysunkach 1. i 2. i wzór na energię potencjalną sprężystości sprężyny w chwili przedstawionej na rysunku 2., np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{2}m_A v_1^2 = \frac{1}{2}m_A v_2^2 + \frac{1}{2}m_B v_2^2 + \frac{1}{2}k\Delta x_{max}^2$$

Warunek V1_V2
Wyprowadzenie z zasady zachowania pędu i zapisanie związku pomiędzy wartościami prędkości klocków w sytuacjach przedstawionych na rysunkach 1. i 2., np. zapisy równoważne poniższym:

$$m_A v_1 + m_B \cdot 0 = m_A v_2 + m_B v_2 \qquad \rightarrow \qquad v_2 = \frac{v_1}{2}$$

Schemat punktowania
4 pkt – poprawna metoda wyznaczenia maksymalnego odkształcenia sprężyny **oraz** zapisanie prawidłowej postaci wzoru na Δx_{max}:

$$\text{metoda} \qquad \rightarrow \qquad \Delta x_{max} = v_1\sqrt{\frac{m}{2k}}$$

3 pkt – spełnienie warunków: **ZZE_WZORY** **oraz** **V1_V2**

2 pkt – spełnienie warunków: **ZZE_WZORY** **oraz** **ZZP**
LUB
– spełnienie warunku **V1_V2**

1 pkt – spełnienie warunku **ZZE**
LUB
– spełnienie warunku **ZZP**

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie
Zapiszemy równanie wynikające z zasady zachowania energii mechanicznej. Przyrównamy E_1 energię mechaniczną całego układu w sytuacji początkowej (rysunek 1.) do E_2 energii mechanicznej całego układu, gdy sprężyna jest maksymalnie ściśnięta (rysunek 2.). Uwzględnimy energie kinetyczne oraz energię potencjalną sprężystości. Energia potencjalna grawitacji jest cały czas stała, więc ją pomijamy (możemy przyjąć równą zero). Zatem:

$$\text{1a)} \quad E_1 = E_2$$

$$\text{1b)} \quad \frac{1}{2}m_A v_1^2 + \frac{1}{2}m_B \cdot 0^2 = \frac{1}{2}m_A v_2^2 + \frac{1}{2}m_B v_2^2 + \frac{1}{2}k\Delta x_{max}^2$$

$$\text{1c)} \quad \frac{1}{2}mv_1^2 = mv_2^2 + \frac{1}{2}k\Delta x_{max}^2$$

W równaniu 1c) niewiadomą pozostaje v_2 – wartość prędkości obu klocków w chwili maksymalnego ściśnięcia sprężyny. Tę wartość prędkości wyznaczymy z zasady zachowania pędu. Zapiszemy równanie wynikające z zasady zachowania pędu. Przyrównamy pęd całkowity układu w sytuacji początkowej (rysunek 1.) do pędu całkowitego układu, gdy sprężyna jest maksymalnie ściśnięta (rysunek 2.):

$$\text{2a)} \quad p_1 = p_2$$

$$\text{2b)} \quad m_A v_1 + m_B \cdot 0 = m_A v_2 + m_B v_2$$

$$\text{2c)} \quad mv_1 = 2mv_2$$

$$\text{3)} \quad v_2 = \frac{v_1}{2}$$

Wzór 3) podstawimy do równania 1c)

$$4a)\quad \frac{1}{2}mv_1^2 = m\left(\frac{v_1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}k\Delta x_{max}^2$$

$$4b)\quad \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{4}mv_1^2 + \frac{1}{2}k\Delta x_{max}^2 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{4}mv_1^2 = \frac{1}{2}k\Delta x_{max}^2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = k\Delta x_{max}^2$$

$$5)\quad \Delta x_{max} = v_1\sqrt{\frac{m}{2k}}$$

Zadanie 4.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi; III.4) stosuje zasady dynamiki dla ruchu obrotowego; […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 4.2. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi; III.4) stosuje zasady dynamiki dla ruchu obrotowego; […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 4.3. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. III.3) […] posługuje się pojęciem momentu sił wraz z jednostką; III.4) stosuje zasady dynamiki dla ruchu obrotowego; […]; III. 6) posługuje się pojęciem momentu pędu […] bryły; […]; III.7) stosuje zasadę zachowania momentu pędu.

Zasady oceniania
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
FF

Zadanie 4.4. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. III.4) […] posługuje się pojęciami […] momentu bezwładności jako wielkości zależnej od rozkładu mas, […].

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzoru na moment bezwładności bryły B **oraz** doprowadzenie do zadanej postaci wzoru.

1 pkt – zapisanie momentu bezwładności bryły $\mathcal{B}$ jako sumy momentów bezwładności jej części **oraz** wykorzystanie wzorów na momenty bezwładności prętów i obręczy, np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_{0\,\mathcal{B}} = \frac{1}{12} m_{pręt} l_{pręt}^2 + \frac{1}{12} m_{pręt} l_{pręt}^2 + MR^2$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Moment bezwładności bryły $\mathcal{B}$ jest sumą momentów bezwładności jej części, zatem:

$$I_{0\,\mathcal{B}} = I_{0\,pręt1} + I_{0\,pręt2} + I_{obręcz}$$

Wykorzystamy wzory na momenty bezwładności prętów i obręczy:

$$I_{0\,\mathcal{B}} = \frac{1}{12} m_{pręt} l_{pręt}^2 + \frac{1}{12} m_{pręt} l_{pręt}^2 + MR^2$$

Podstawimy dane:

$$I_{0\,\mathcal{B}} = \frac{1}{12}\left(\frac{M}{2}\right)(2R)^2 + \frac{1}{12}\left(\frac{M}{2}\right)(2R)^2 + MR^2$$

$$I_{0\,\mathcal{B}} = \frac{2}{12}\left(\frac{M}{2}\right)(2R)^2 + MR^2 = \frac{1}{6}\left(\frac{M}{2}\right)4R^2 + MR^2$$

$$I_{0\,\mathcal{B}} = \frac{1}{3}MR^2 + MR^2 = \frac{4}{3}MR^2$$

Zadanie 4.5. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. II.20) […] wykorzystuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. III.5) […] oblicza energię ruchu bryły sztywnej jako sumę energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego wokół osi przechodzącej przez środek masy.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia wysokości maksymalnej, na którą wtoczy się bryła, **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $\Delta h_{max} \approx 0{,}17\ \mathrm{m}$

2 pkt – poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii mechanicznej, w którym wykorzystano wzory na energię kinetyczną ruchu postępowego bryły $\mathcal{B}$, energię kinetyczną ruchu obrotowego bryły $\mathcal{B}$ i wzór na energię potencjalną bryły $\mathcal{B}$ **oraz** poprawne uwzględnienie związku między prędkością kątową a prędkością ruchu postępowego i promieniem, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{2}m_{\mathcal{B}}v_{\mathcal{B}}^2 + \frac{1}{2}I_{0\,\mathcal{B}}\,\omega_{\mathcal{B}}^2 = m_{\mathcal{B}}g\Delta h_{max} \qquad \text{oraz} \qquad v_{\mathcal{B}} = \omega_{\mathcal{B}}R$$

1 pkt – poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii, w którym uwzględniono (wystarczy poprzez oznaczenia) energię kinetyczną ruchu postępowego bryły $\mathcal{B}$, energię kinetyczną ruchu obrotowego bryły $\mathcal{B}$ i energię potencjalną bryły $\mathcal{B}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{kin\ post\ \mathcal{B}} + E_{kin\ obr\ \mathcal{B}} = E_{pot\ \mathcal{B}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zastosujemy zasadę zachowania energii mechanicznej. Energia mechaniczna (kinetyczna całkowita) bryły $\mathcal{B}$ toczącej się po poziomym odcinku jest równa energii mechanicznej (potencjalnej) bryły $\mathcal{B}$ znajdującej się na maksymalnej wysokości:

$$E_{kin\ post\ \mathcal{B}} + E_{kin\ obr\ \mathcal{B}} = E_{pot\ \mathcal{B}}$$

$$\frac{1}{2}m_{\mathcal{B}}v_{\mathcal{B}}^2 + \frac{1}{2}I_{0\,\mathcal{B}}\,\omega_{\mathcal{B}}^2 = m_{\mathcal{B}}g\Delta h_{max}$$

Uwzględnimy związek $v_{\mathcal{B}} = \omega_{\mathcal{B}}R$ między prędkością kątową a prędkością ruchu postępowego i promieniem bryły $\mathcal{B}$:

$$\frac{1}{2}m_{\mathcal{B}}v_{\mathcal{B}}^2 + \frac{1}{2}I_{0\,\mathcal{B}}\left(\frac{v_B}{R}\right)^2 = m_{\mathcal{B}}g\Delta h_{max}$$

Uwzględnimy masy części, z których składa się bryła:

$$\frac{1}{2}(m_{pręt} + m_{pręt} + m_{obręcz})v_{\mathcal{B}}^2 + \frac{1}{2}I_{0\,\mathcal{B}}\left(\frac{v_B}{R}\right)^2 = (m_{pręt} + m_{pręt} + m_{obręcz})g\Delta h_{max}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{M}{2} + \frac{M}{2} + M\right)v_{\mathcal{B}}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}MR^2\right)\left(\frac{v_B}{R}\right)^2 = \left(\frac{M}{2} + \frac{M}{2} + M\right)g\Delta h_{max}$$

$$\frac{1}{2}(2M)v_{\mathcal{B}}^2 + \frac{2}{3}Mv_B^2 = 2Mg\Delta h_{max}$$

$$Mv_{\mathcal{B}}^2 + \frac{2}{3}Mv_B^2 = 2Mg\Delta h_{max} \qquad \rightarrow \qquad v_{\mathcal{B}}^2 + \frac{2}{3}v_B^2 = 2g\Delta h_{max}$$

$$\frac{5}{3}v_B^2 = 2g\Delta h_{max} \qquad \rightarrow \qquad \Delta h_{max} = \frac{5}{6}\frac{v_B^2}{g}$$

$$\Delta h_{max} = \frac{5}{6}\cdot\frac{(1{,}4)^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}}{9{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 0{,}1(6)\ \mathrm{m} \approx 0{,}17\ \mathrm{m}$$

Zadanie 5.1. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł.	Zdający: I.1) przedstawia jednostki wielkości fizycznych, wyraża je poprzez jednostki podstawowe; […]; I.7) wyodrębnia z tekstów, […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. V.3) (SP) posługuje się pojęciem […] ciśnienia w cieczach i gazach wraz z jego jednostką; […].

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia jednostki wielkości x za pomocą jednostek podstawowych układu SI **oraz** podanie prawidłowego wyniku w najprostszej postaci, **oraz** zapisanie jednostki ciśnienia **oraz** identyfikacja x jako ciśnienia, np. zapisy równoważne poniższym:

$$[x] = \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{1} = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^2} \quad \text{oraz} \quad [p] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^2} \quad \text{oraz} \quad x = p$$

2 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia jednostki wielkości x za pomocą jednostek podstawowych układu SI **oraz** podanie prawidłowego wyniku w najprostszej postaci, np. zapisy równoważne poniższym:

$$[x] = [v]^2 \cdot \frac{[\rho]}{[\kappa]} \quad \rightarrow \quad [x] = \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{1} = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^2}$$

LUB

– poprawne przekształcenie wzoru i wyznaczenie x lub $[x]$ **albo** poprawne podstawienie jednostek układu SI w miejsce odpowiednich wielkości we wzorze na prędkość v **oraz** zapisanie jednostki ciśnienia, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left([x] = [v]^2 \cdot \frac{[\rho]}{[\kappa]} \quad \text{albo} \quad \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \sqrt{1 \cdot \frac{[x]}{\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}} \right) \quad \text{oraz} \quad [p] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

1 pkt – poprawne przekształcenie wzoru i wyznaczenie x lub $[x]$ **albo** poprawne podstawienie jednostek układu SI w miejsce odpowiednich wielkości we wzorze na prędkość v, np. zapisy równoważne poniższym:

$$[x] = [v]^2 \cdot \frac{[\rho]}{[\kappa]} \quad \text{albo} \quad \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \sqrt{1 \cdot \frac{[x]}{\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Wyrazimy jednostkę wielkości x, występującej we wzorze na prędkość dźwięku, za pomocą jednostek podstawowych układu SI.

$$v = \sqrt{\kappa \cdot \frac{x}{\rho}}$$

$$[v] = \sqrt{[\kappa] \cdot \frac{[x]}{[\rho]}} \quad \rightarrow \quad [v]^2 = [\kappa] \cdot \frac{[x]}{[\rho]}$$

Powyższe równanie przekształcimy i podstawimy odpowiednie jednostki:

$$[x] = [v]^2 \cdot \frac{[\rho]}{[\kappa]}$$

$$[x] = \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{1} = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^2}$$

Wielkość x odpowiada ciśnieniu, ponieważ spośród podanych wielkości tylko ciśnienie wyraża się w tych samych jednostkach:

$$[p] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^2}$$

$$[x] = [p]$$

$$x = p$$

Zadanie 5.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.4) przeprowadza obliczenia liczbowe, […]; I.7) wyodrębnia z tekstów, tabel, […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]; przedstawia te informacje w różnych postaciach. I.18) wyodrębnia zjawisko z kontekstu, nazywa je oraz wskazuje czynniki istotne i nieistotne dla jego przebiegu.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości dźwięku w temperaturze $T_2 = 30\ ^\circ\mathrm{C}$ **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $v_2 \approx 349\ \mathrm{m/s}$

2 pkt – wyprowadzenie/zapisanie równania, w którym znajdują się tylko wielkości v_1, v_2, ρ_1, ρ_2 (lub ich wartości), z którego można bezpośrednio obliczyć v_2, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{\kappa \cdot \frac{x}{\rho_1}}}{\sqrt{\kappa \cdot \frac{x}{\rho_2}}} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

1 pkt – zapisanie wzorów na prędkość dźwięku w temperaturze T_1 i prędkość dźwięku w temperaturze T_2 z uwzględnieniem oznaczeń wielkości podanych w zadaniu (lub podstawienie wartości tych wielkości) **oraz** z uwzględnieniem, że wielkości κ, x są stałe, np. zapisy równoważne poniższym:

$$v_1 = \sqrt{\kappa \cdot \frac{x}{\rho_1}} \qquad \text{oraz} \qquad v_2 = \sqrt{\kappa \cdot \frac{x}{\rho_2}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy wzory na prędkość dźwięku w temperaturze T_1 i prędkości dźwięku w temperaturze T_2:

$$v_1 = \sqrt{\kappa \cdot \frac{x}{\rho_1}} \qquad \text{oraz} \qquad v_2 = \sqrt{\kappa \cdot \frac{x}{\rho_2}}$$

Wyznaczymy iloraz tych prędkości dźwięku i uwzględnimy, że wielkości κ, x są stałe:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{\kappa \cdot \frac{x}{\rho_1}}}{\sqrt{\kappa \cdot \frac{x}{\rho_2}}} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

Przekształcimy powyższe równanie, podstawimy dane liczbowe i obliczymy v_2:

$$v_2 = v_1 \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} \qquad \rightarrow \qquad v_2 = 331\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \sqrt{\frac{1{,}29\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{1{,}16\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}} \approx 349\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Zadanie 6.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych […].	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. IV.1) posługuje się prawem powszechnego ciążenia do opisu oddziaływania grawitacyjnego; […]; IV.4) wskazuje siłę grawitacji jako siłę dośrodkową w ruchu po orbicie kołowej, […] omawia ruch satelitów wokół Ziemi.

Zasady oceniania
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
PF

Zadanie 6.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.7) wyodrębnia z tekstów, […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […]. II.8) opisuje ruch jednostajny po okręgu, posługując się pojęciami: okresu, […] prędkości liniowej […]. IV.4) wskazuje siłę grawitacji jako siłę dośrodkową w ruchu po orbicie kołowej, oblicza wartość prędkości na orbicie kołowej o dowolnym promieniu; omawia ruch satelitów wokół Ziemi.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metod obliczenia okresu obiegu satelity S dookoła planety P **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $T \approx 10{,}9 \cdot 10^3\ \mathrm{s}$

2 pkt – zapisanie równania II zasady dynamiki, identyfikującego siłę grawitacji działającą na satelitę S jako siłę dośrodkową **oraz** uwzględnienie w tym równaniu wzorów na przyśpieszenie dośrodkowe (z prędkością liniową albo prędkością kątową) i siłę grawitacji, **oraz** uwzględnienie/zapisanie związku między prędkością liniową (lub prędkością kątową) a okresem, np. zapisy równoważne poniższym:

$$m\frac{v^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \quad \text{oraz} \quad v = \frac{2\pi r}{T}$$

albo

$$m\omega^2 r = \frac{GMm}{r^2} \quad \text{oraz} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

albo w jednym równaniu

$$m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r = \frac{GMm}{r^2}$$

LUB

– skorzystanie ze wzoru na prędkość orbitalną (dla orbity satelity S), łącznie z zastosowaniem wzoru na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu dla tej orbity **oraz** wyprowadzenie wzoru, z którego można bezpośrednio obliczyć okres T obiegu satelity S jedynie na podstawie odpowiednich stałych i danych, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad \text{oraz} \quad v = \frac{2\pi r}{T}\right) \quad \rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

1 pkt – zapisanie równania II zasady dynamiki, identyfikującego siłę grawitacji działającą na satelitę jako siłę dośrodkową, np. zapisy równoważne poniższym:

$$ma_{do} = F_g \quad \text{albo} \quad F_{do} = F_g$$

LUB

– skorzystanie ze wzoru na prędkość orbitalną (dla orbity satelity S), łącznie z zastosowaniem wzoru na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu dla tej orbity, np. zapisy równoważne poniższym:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad \text{oraz} \quad v = \frac{2\pi r}{T}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Na satelitę S poruszającego się po orbicie kołowej działa siła grawitacji, która pełni funkcję siły dośrodkowej. Zapiszemy równanie II zasady dynamiki identyfikujące siłę grawitacji jako siłę dośrodkową:

$$ma_{do} = F_g$$

Zastosujemy wzory na przyśpieszenie dośrodkowe oraz na siłę grawitacji:

$$m\frac{v^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \qquad \rightarrow \qquad v^2 = \frac{GM}{r}$$

Skorzystamy ze związku $v = \frac{2\pi r}{T}$ między okresem a prędkością w ruchu jednostajnym po okręgu:

$$\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = \frac{GM}{r} \qquad \rightarrow \qquad \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{GM}{r} \qquad \rightarrow \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

Do otrzymanego wyrażenia podstawiamy odpowiednie dane i wykonamy obliczenia:

$$T = 2 \cdot 3{,}142\sqrt{\frac{(2 \cdot 10^6\ \mathrm{m})^3}{6{,}674 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{N{\cdot}m^2}}{\mathrm{kg^2}} \cdot 4{,}00 \cdot 10^{22}\ \mathrm{kg}}} \approx 10{,}88 \cdot 10^3\ \mathrm{s}$$

Zadanie 6.3. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […]; I.15) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zaokrąglony do zadanej liczby cyfr znaczących. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. IV.1) […] wskazuje siłę grawitacji jako przyczynę spadania ciał; IV.2) stosuje do obliczeń związek między przyspieszeniem grawitacyjnym na powierzchni planety a jej masą i promieniem.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia przyśpieszenia grawitacyjnego przy powierzchni planety P **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką, zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących: $g_P \approx 2{,}7\ \mathrm{m/s^2}$

1 pkt – zapisanie II zasady dynamiki dla ciał spadających tuż przy powierzchni planety P z uwzględnieniem oznaczenia przyśpieszenia grawitacyjnego **oraz** z uwzględnieniem wzoru na siłę grawitacji (albo bezpośrednie zapisanie wzoru na przyśpieszenie grawitacyjne przy powierzchni planety, zgodnie z oznaczeniami wielkości podanymi w zadaniu), np. zapisy równoważne poniższym:

$$mg_P = \frac{GMm}{R^2} \qquad \text{albo} \qquad g_P = \frac{GM}{R^2}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie
Zapiszemy równanie II zasady dynamiki dla ciał spadających swobodnie tuż przy powierzchni planety P. Przyśpieszenie tych spadających ciał tuż przy powierzchni planety oznaczymy jako g_P. Zatem:

$$mg_P = F_g$$

Uwzględnimy wzór na siłę grawitacji tuż przy powierzchni planety:

$$mg_P = \frac{GMm}{R^2} \quad \rightarrow \quad g_P = \frac{GM}{R^2}$$

Do otrzymanego wyrażenia podstawiamy odpowiednie dane i wykonamy obliczenia:

$$g_P = \frac{6{,}674 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}} \cdot 4{,}00 \cdot 10^{22}\ \mathrm{kg}}{(1 \cdot 10^6\ \mathrm{m})^2} = 26{,}696 \cdot 10^{-1}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \approx 2{,}7\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$$

Zadanie 7.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […]. VI.8) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: izotermiczną, izobaryczną, izochoryczną […] gazów; VI.11) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego.

Zasady oceniania
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
PP

Zadanie 7.2. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.7) wyodrębnia z tekstów […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […]. VI.12) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia temperatury gazu w stanie A **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $T_A \approx 1200\ \mathrm{K}$

1 pkt – zastosowanie równania Clapeyrona **oraz** poprawne odczytanie i wykorzystanie/zapisanie wartości ciśnienia i objętości gazu w stanie A, np. zapisy równoważne poniższym:

$p_A V_A = nRT_A$ oraz $p_A = 4 \cdot 10^6\ \mathrm{Pa}$ oraz $V_A = 5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy równanie Clapeyrona dla stanu A i wyznaczymy T_A – temperaturę gazu w stanie A:

$$p_A V_A = nRT_A \quad \rightarrow \quad T_A = \frac{p_A V_A}{nR}$$

Podstawiamy dane odczytane z wykresu i wykonamy obliczenia:

$$T_A = \frac{4 \cdot 10^6\ \mathrm{Pa} \cdot 5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3}{2\ \mathrm{mol} \cdot 8{,}314\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K} \cdot \mathrm{mol}}} \approx 1203\ \mathrm{K} \approx 1200\ \mathrm{K}$$

Zadanie 7.3. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.7) wyodrębnia z […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […]. VI.3) […]; analizuje pierwszą zasadę termodynamiki jako zasadę zachowania energii; 15) analizuje przedstawione cykle termodynamiczne, […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 8. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […] rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […]. VIII.7) posługuje się pojęciami oporu wewnętrznego i siły elektromotorycznej jako cechami źródła napięcia; VIII.10) interpretuje I prawo Kirchhoffa jako przykład zasady zachowania ładunku; VIII.12) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie, z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa); VIII.13) posługuje się pojęciem oporu zastępczego; oblicza opór zastępczy układu oporników połączonych szeregowo lub równolegle.

Zasady oceniania
4 pkt – poprawna metoda obliczenia oporu wewnętrznego źródła oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $R_W \approx 1{,}67\ \Omega$

3 pkt – poprawna metoda obliczenia natężenia prądu I_2 **oraz** natężenia prądu I_1 **oraz** zapisanie równania II prawa Kirchhoffa dla dowolnego oczka z oporem wewnętrznym źródła, np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_1 = \frac{R_A}{R_2} I_A + I_A \qquad \text{oraz}$$

$$(\mathcal{E} = I_1 R_1 + I_A R_A + I_1 R_W \quad \text{albo} \quad \mathcal{E} = I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_1 R_W)$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia natężenia prądu I_2 **oraz** natężenia prądu I_1 **oraz** zapisanie równania II prawa Kirchhoffa dla oczka z oporem wewnętrznym i zewnętrznym **oraz** poprawna metoda obliczenia oporu zastępczego źródła, np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_1 = \frac{R_A}{R_2} I_A + I_A \quad \text{oraz} \quad \mathcal{E} = I_1 R_{zew} + I_1 R_W \quad \text{oraz} \quad R_{zew} = R_1 + \frac{R_2 R_A}{R_2 + R_A}$$

2 pkt – poprawna metoda obliczenia natężenia prądu I_2 **oraz** natężenia prądu I_1 (tzn. zapisanie i przekształcenie (bądź podstawienie wartości) równania II prawa Kirchhoffa dla oczka z opornikiem $\mathcal{R}_2$ i amperomierzem oraz zapisanie równania I prawa Kirchhoffa), np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(I_2R_2 = I_AR_A \;\rightarrow\; I_2 = \frac{R_A}{R_2}I_A\right) \qquad \text{oraz} \qquad I_1 = I_2 + I_A$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia natężenia prądu I_2 **oraz** poprawna metoda wyznaczenia oporu zastępczego obwodu zewnętrznego (albo całkowitego), np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(I_2R_2 = I_AR_A \;\rightarrow\; I_2 = \frac{R_A}{R_2}I_A\right) \qquad \text{oraz} \qquad R_{zew} = R_1 + \frac{R_2R_A}{R_2 + R_A}$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia natężenia prądu I_2 **oraz** zapisanie równania II prawa Kirchhoffa dla oczka z oporem wewnętrznym źródła, np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_2 = \frac{R_A}{R_2}I_A \qquad \text{oraz} \qquad (\mathcal{E} = I_1R_1 + I_AR_A + I_1R_W \;\; \text{albo} \;\; \mathcal{E} = I_1R_{zew} + I_1R_W)$$

1 pkt – zapisanie jednego z równań wynikających z II prawa Kirchhoffa dla obwodu:

$$\mathcal{E} = I_1R_1 + I_AR_A + I_1R_W \;\; \text{albo} \;\; \mathcal{E} = I_1R_1 + I_2R_2 + I_1R_W \;\; \text{albo} \;\; I_2R_2 = I_AR_A$$

albo z oporem zastępczym

$$\mathcal{E} = I_1R_{zew} + I_1R_W$$

LUB

– zapisanie równania wynikającego z I prawa Kirchhoffa:

$$I_1 = I_2 + I_A$$

LUB

– poprawna metoda wyznaczenia oporu zastępczego obwodu zewnętrznego (albo całkowitego), np. zapisy równoważne poniższym:

$$R_{zew} = R_1 + \frac{R_2R_A}{R_2+R_A} \qquad \text{albo} \qquad R_{calk} = R_1 + \frac{R_2R_A}{R_2 + R_A} + R_W$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Sposób 1.

Zapiszemy równania wynikające z I i II prawa Kirchhoffa dla obwodu elektrycznego przedstawionego w zadaniu:

$$\begin{cases} 1) \;\; I_2R_2 = I_AR_A \\ 2) \;\; I_1 = I_2 + I_A \\ 3) \;\; \mathcal{E} = I_1R_1 + I_AR_A + I_1R_W \end{cases}$$

gdzie I_1, I_2 oraz I_A oznaczają natężenia prądów przepływających przez – odpowiednio – oporniki $\mathcal{R}_1$, $\mathcal{R}_2$ oraz amperomierz A. Z równania 1) wyznaczymy I_2:

$$4a)\quad I_2 = \frac{R_A}{R_2} I_A \qquad \rightarrow \qquad 4b)\quad I_2 = \frac{5\ \Omega}{10\ \Omega} \cdot 0{,}8\ \mathrm{A} = 0{,}4\ \mathrm{A}$$

Obliczymy I_1. Do równania 2) podstawimy wartość natężenia prądu podaną w zadaniu oraz otrzymaną w równaniu 4b):

$$5)\quad I_1 = 0{,}4\ \mathrm{A} + 0{,}8\ A = 1{,}2\ \mathrm{A}$$

Obliczymy R_w. W tym celu podstawimy do równania 3) wartości wielkości podanych w zadaniu oraz wartość otrzymaną w równaniu 5):

$$6a)\quad 24\ \mathrm{V} = 1{,}2\ \mathrm{A} \cdot 15\ \Omega + 0{,}8\ \mathrm{A} \cdot 5\ \Omega + 1{,}2\ \mathrm{A} \cdot R_W$$

$$6b)\quad 24\ \mathrm{V} = 18\ \mathrm{V} + 4\ \mathrm{V} + 1{,}2\ \mathrm{A} \cdot R_W$$

$$6c)\quad R_W \approx 1{,}67\ \Omega$$

Sposób 2.

Obliczymy opór zastępczy obwodu zewnętrznego:

$$1)\quad R_{zew} = R_1 + \frac{R_2 R_A}{R_2 + R_A} \quad \rightarrow \quad R_{zew} = 15\ \Omega + \frac{10\ \Omega \cdot 5\ \Omega}{10\ \Omega + 5\ \Omega} = \frac{55}{3}\ \Omega \approx 18{,}3\ \Omega$$

Zapiszemy równania wynikające z I i II prawa Kirchhoffa dla obwodu elektrycznego przedstawionego w zadaniu:

$$\begin{cases} 2)\quad I_2 R_2 = I_A R_A \\ 3)\quad I_1 = I_2 + I_A \\ 4)\quad \mathcal{E} = I_1 R_{zew} + I_1 R_W \end{cases}$$

gdzie I_1, I_2 oraz I_A oznaczają natężenia prądów przepływających przez – odpowiednio – oporniki $\mathcal{R}_1$, $\mathcal{R}_2$ oraz amperomierz A. Z równania 2) wyznaczymy I_2:

$$5a)\quad I_2 = \frac{R_A}{R_2} I_A \qquad \rightarrow \qquad 5b)\quad I_2 = \frac{5\ \Omega}{10\ \Omega} \cdot 0{,}8\ \mathrm{A} = 0{,}4\ \mathrm{A}$$

Obliczymy I_1. Do równania 3) podstawimy wartość natężenia prądu podaną w zadaniu oraz otrzymaną w równaniu 5b):

$$6)\quad I_1 = 0{,}4\ \mathrm{A} + 0{,}8\ A = 1{,}2\ \mathrm{A}$$

Obliczymy R_w. W tym celu podstawimy do równania 4) wartości wielkości podanych w zadaniu oraz wartości otrzymane w równaniach 6) i 1):

$$7a)\quad 24\ \mathrm{V} = 1{,}2\ \mathrm{A} \cdot \frac{55}{3}\ \Omega + 1{,}2\ \mathrm{A} \cdot R_W$$

$$7b)\quad 24\ \mathrm{V} = 22\ \mathrm{V} + 1{,}2\ \mathrm{A} \cdot R_W$$

$$7c)\quad R_W \approx 1{,}67\ \Omega$$

Zadanie 9. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem; I.6) tworzy […] rysunki schematyczne […] dla zilustrowania zjawisk bądź problemu; […]; I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. X.6) stosuje prawo […] załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka; […].

Zasady oceniania

Rozwiązanie będzie podlegało ocenie, gdy zdający spełni co najmniej jeden z poniższych warunków lub ich kombinację, określoną dalej w schemacie punktowania.

Warunek SNELLIUS_AC
Zapisanie równania wynikającego z prawa (Snelliusa) załamania światła na ścianie AC, z uwzględnieniem wprowadzonych w rozwiązaniu oznaczeń miar kątów padania, załamania i współczynnika załamania światła w szkle, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{sz}$$

gdzie α i β to odpowiednio kąty padania (w próżni) i załamania (w szkle) na ścianie AC.

Warunek SNELLIUS_BC
Zapisanie równania wynikającego z prawa (Snelliusa) załamania światła na ścianie BC, z uwzględnieniem wprowadzonych w rozwiązaniu oznaczeń miar kątów padania, załamania i współczynnika załamania światła w szkle, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin\delta}{\sin\gamma} = n_{sz}$$

gdzie γ i δ to odpowiednio kąty padania (w szkle) i załamania (w próżni) na ścianie BC.

Warunek SINUS_ALFA
Poprawna metoda obliczenia $\sin\alpha$ (gdzie α to kąt padania na ścianę AC) z wykorzystaniem siatki wymiarowej i punktów kratowych, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{4^2 + 8^2}}$$

Warunek SINUS_BETA
Poprawna metoda obliczenia $\sin\beta$ (gdzie β to kąt załamania na ścianie AC) z wykorzystaniem siatki wymiarowej i punktów kratowych, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\sin\beta = \frac{2}{\sqrt{2^2+8^2}}$$

Warunek SINUS_GAMMA
Poprawna metoda obliczenia $\sin\gamma$ (gdzie γ to kąt padania na ścianę BC) z wykorzystaniem siatki wymiarowej i punktów kratowych (tutaj odmierzoną jednostką może być także przekątna kratki), np. zapisy równoważne poniższym:

$$\sin\gamma = \frac{3}{\sqrt{3^2+5^2}}$$ (gdy jednostką jest długość przekątnej kratki)

$$\sin\gamma = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{(3\sqrt{2})^2+(5\sqrt{2})^2}}$$ (gdy jednostką jest długość boku kratki)

Warunek SUMA_KĄTÓW
Zapisanie/wykorzystanie warunku na kąt łamiący pryzmatu (γ to kąt padania na ścianę BC):

$$45° = \beta + \gamma$$

Warunek WSPÓŁCZYNNIK_ZALAMANIA
Spełnienie warunków: **SNELLIUS_AC oraz SINUS_ALFA oraz SINUS_BETA oraz** podanie prawidłowej wartości współczynnika załamania, np. zapisy równoważne poniższym:

$$n_{sz} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{\sqrt{17}}} \approx 1{,}84$$

Warunek BETA
Spełnienie warunku **SINUS_BETA oraz** wyznaczenie i podanie prawidłowej wartości kąta β:

$$\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{17}} \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}} \beta \approx 14{,}0°$$

Warunek GAMMA
Spełnienie warunku **BETA oraz SUMA_KĄTÓW oraz** wyznaczenie i podanie prawidłowej wartości kąta γ:

$$\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{17}} \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}} \beta \approx 14{,}0° \quad \text{oraz} \quad \gamma = 45° - 14° = 31°$$

Warunek RÓWNANIE
Zapisanie równania wynikającego z prawa załamania na ścianach AC i BC:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin\delta}{\sin\gamma}$$

Schemat punktowania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia kąta załamania promienia świetlnego w próżni po wyjściu z pryzmatu **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego w jednostkach miary kąta: $\delta \approx 71{,}6°$ lub $\delta \approx 71°$ lub $\delta \approx 72°$

3 pkt – spełnienie warunków:
(**WSPÓŁCZYNNIK_ZALAMANIA** **oraz** **SNELLIUS_BC** **oraz** **BETA** **oraz** **SUMA_KĄTÓW**)
LUB
– spełnienie warunków:
(**RÓWNANIE** **oraz** **SINUS_ALFA** **oraz** **SINUS_BETA** **oraz** **SINUS_GAMMA**)

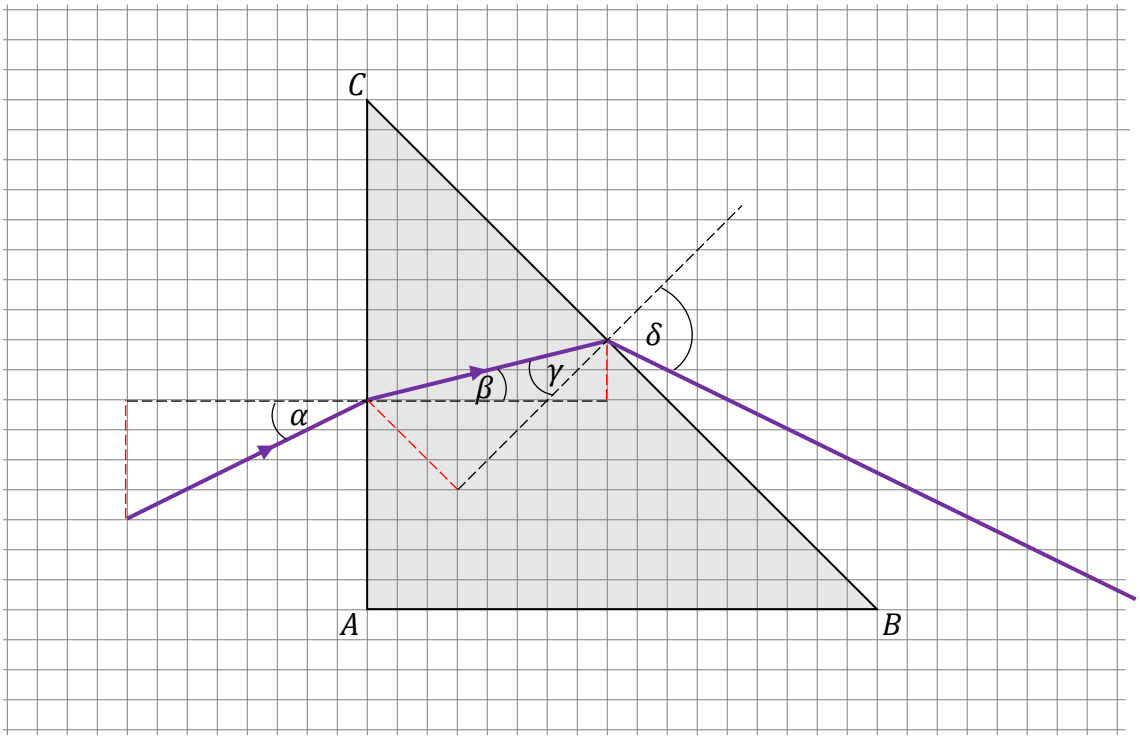
2 pkt – spełnienie warunków (**SNELLIUS_AC** **oraz** **SINUS_ALFA** **oraz** **SINUS_BETA)**
LUB
– spełnienie warunków (**SNELLIUS_AC** **oraz** **SNELLIUS_BC** **oraz** **SUMA_KĄTÓW**)
LUB
– spełnienie warunku **RÓWNANIE**
LUB
– spełnienie warunków (**SNELLIUS_AC** **oraz** **BETA**)
LUB
– spełnienie warunku **GAMMA**

1 pkt – spełnienie warunku (**SNELLIUS_AC** **albo** **SNELLIUS_BC)**
LUB
– spełnienie warunku (**SINUS_ALFA** **albo** **SINUS_BETA** **albo** **SINUS_GAMMA**)
LUB
– spełnienie warunku **SUMA_KĄTÓW**

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Wprowadzimy na rysunku oznaczenia kątów padania i kątów załamania na ścianie AC oraz na ścianie BC.



Sposób 1.

Zapiszemy równania wynikające z prawa (Snelliusa) załamania światła na ścianie AC oraz na ścianie BC:

$$1a)\quad \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{sz} \qquad \text{oraz} \qquad 1b)\quad \frac{\sin\delta}{\sin\gamma} = n_{sz}$$

Z równań 1a) i 1b) wynikają równania 2a) i 2b) poniżej:

$$2a)\quad \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin\delta}{\sin\gamma} \qquad \rightarrow \qquad 2b)\quad \sin\delta = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\cdot\sin\gamma$$

Sinusy kątów α i β wyznaczymy z geometrii rysunku. Skorzystamy ze wskazówki: końce odcinków przedstawiających fragment promienia w próżni i promień w pryzmacie znajdują się w punktach kratowych siatki wymiarowej. Zatem:

$$3)\quad \sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{4^2+8^2}} = \frac{4}{\sqrt{80}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$4)\quad \sin\beta = \frac{2}{\sqrt{2^2+8^2}} = \frac{2}{\sqrt{68}} = \frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$5)\quad \sin\gamma = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{(3\sqrt{2})^2+(5\sqrt{2})^2}} = \frac{3}{\sqrt{3^2+5^2}} = \frac{3}{\sqrt{34}}$$

Wartości sinusów otrzymane w równaniach 3), 4) i 5) podstawimy do wzoru 2b):

$$6)\quad \sin\delta = \frac{\frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{\sqrt{17}}}\cdot\frac{3}{\sqrt{34}} = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{5}}\cdot\frac{3}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{17}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \approx 0{,}949$$

Na podstawie wartości sinusa kąta δ obliczymy miarę kąta δ:

$$7)\quad \sin\delta \approx 0{,}949 \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}} \delta \approx 71{,}6^\circ$$

Sposób 2.

Wyznaczymy współczynnik załamania światła dla szkła pryzmatu. Skorzystamy z prawa (Snelliusa) załamania światła (na ścianie AC):

$$1)\quad \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{sz}$$

Sinusy kątów α i β wyznaczymy z geometrii rysunku. Skorzystamy ze wskazówki: końce odcinków przedstawiających fragment promienia w próżni i promień w pryzmacie znajdują się w punktach kratowych siatki wymiarowej. Zatem:

$$2)\quad \sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{4^2+8^2}} = \frac{4}{\sqrt{80}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \approx 0{,}4472$$

$$3)\quad \sin\beta = \frac{2}{\sqrt{2^2+8^2}} = \frac{2}{\sqrt{68}} = \frac{1}{\sqrt{17}} \approx 0{,}2425$$

Wartości sinusów otrzymane w równaniach 2) i 3) podstawimy do wzoru 1):

$$4)\quad n_{sz} = \frac{\frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{\sqrt{17}}} = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{5}} \approx 1{,}844$$

Na podstawie wartości sinusa kąta β z równania 3) obliczymy miarę kąta β:

$$5)\quad \sin\beta \approx 0{,}2425 \quad \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}} \quad \beta \approx 14{,}0°$$

Na podstawie wskazówki pod poleceniem obliczymy miarę kąta γ:

$$6a)\quad |\angle BCA| = \beta + \gamma \quad \rightarrow \quad 6b)\quad 45° = 14° + \gamma \quad \rightarrow \quad 6c)\quad \gamma = 31°$$

Miarę kąta załamania na ścianie BC (miarę kąta δ) obliczymy z prawa załamania światła Snelliusa (dla ściany BC):

$$7a)\quad \frac{\sin\delta}{\sin\gamma} = n_{sz}$$

Wykorzystamy wartości otrzymane w równaniach 4) oraz 6c):

$$7b)\quad \frac{\sin\delta}{\sin 31°} = 1{,}844 \quad \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}} \quad \sin\delta \approx 0{,}949$$

Na podstawie wartości sinusa kąta δ obliczymy miarę kąta δ:

$$8)\quad \sin\delta \approx 0{,}949 \quad \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}} \quad \delta \approx 71{,}6°$$

Zadanie 10.1. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […] przedstawia te informacje w różnych postaciach. XI.2) […], posługuje się pojęciem fotonu oraz oblicza jego energię; XI.3) […] interpretuje linie widmowe jako skutek przejść między poziomami energetycznymi w atomach z emisją […] kwantu światła; […].

Zasady oceniania
2 pkt – poprawny wpis w dwóch komórkach tabeli.
1 pkt – poprawny wpis w jednej komórce tabeli.
0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie

$n \to 2$	λ_{n2}, nm	f_{n2}, THz	E_{n2}, eV
$4 \to 2$	$\lambda_{42} = 486,1$ nm	$f_{42} = 616,8$ THz	$E_{42} = 2,55$ eV
$6 \to 2$	$\lambda_{62} = 410,1$ nm	$f_{42} = 731$ THz	$E_{62} = 3,024$ eV

Zadanie 10.2. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […] przedstawia te informacje w różnych postaciach. XI.2) […], posługuje się pojęciem fotonu oraz oblicza jego energię; XI.3) […] interpretuje linie widmowe jako skutek przejść między poziomami energetycznymi w atomach z emisją […] kwantu światła; […]. XI.5) posługuje się pojęciem pędu fotonu; stosuje zasadę zachowania energii i zasadę zachowania pędu do opisu emisji i absorpcji przez swobodne atomy; opisuje odrzut atomu emitującego kwant światła.

Zasady oceniania

Rozwiązanie będzie podlegało ocenie, gdy zdający spełni co najmniej jeden z poniższych warunków lub ich kombinację, określoną dalej w schemacie punktowania.

Warunek ZZP

Zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania pędu układu atom – foton, np. zapisy równoważne poniższym:

$$p_{at} - p_{f\,52} = 0$$

Warunek PĘD_ATOM

Zapisanie/wykorzystanie wzoru na pęd atomu z uwzględnieniem jego masy i prędkości odrzutu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$p_{at} = m_{at} v_{at}$$

Warunek PĘD_FOTON

Zapisanie/wykorzystanie wzoru na pęd fotonu z uwzględnieniem jego energii albo z uwzględnieniem długości fali, np. zapisy równoważne poniższym:

$$p_{f\,52} = \frac{E_{f\,52}}{c} \qquad \text{albo} \qquad p_{f\,52} = \frac{h}{\lambda_{52}}$$

Warunek PREDKOSC_WZÓR
Spełnienie warunków **ZZP oraz PĘD_ATOM oraz PĘD_FOTON** oraz wyprowadzenie wzoru na prędkość odrzutu atomu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$m_{at}v_{at} = \frac{E_{f\,52}}{c} \qquad \rightarrow \qquad \left(v_{at} = \frac{E_{f\,52}}{cm_{at}} \quad \text{albo} \quad v_{at} = \frac{h}{\lambda_{52}m_{at}} \right)$$

Warunek E52
Zapisanie/wykorzystanie zasady zachowania energii układu atom – foton podczas emisji fotonu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{f\,52} = E_5 - E_2$$

Warunek E52_WZORY
Spełnienie warunku **E52 oraz** wykorzystanie wzorów na energie atomu wodoru w n-tym stanie energetycznym i podstawienie wartości liczbowych do wzoru na energię fotonu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{f\,52} = \left(\frac{-13{,}606\ \text{eV}}{5^2} - \frac{-13{,}606\ \text{eV}}{2^2}\right) \quad \text{albo} \quad \frac{hc}{\lambda_{52}} = \left(\frac{-13{,}606\ \text{eV}}{5^2} - \frac{-13{,}606\ \text{eV}}{2^2}\right)$$

Schemat punktowania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości prędkości odrzutu atomu wodoru **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $v_{at} \approx 0{,}912\ \text{m/s}$

3 pkt – spełnienie warunków: **PREDKOSC_WZÓR oraz E52_WZORY**

2 pkt – spełnienie warunków: **ZZP oraz PĘD_ATOM oraz PĘD_FOTON**
LUB
– spełnienie warunków: **ZZP oraz E52**
LUB
– spełnienie warunków: **PĘD_FOTON oraz E52**
LUB
– spełnienie warunku **E52_WZORY**

1 pkt – spełnienie warunku **ZZP**
LUB
– spełnienie warunków **PĘD_ATOM oraz PĘD_FOTON**
LUB
– spełnienie warunku **E52**

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie
Zastosujemy zasadę zachowania pędu: pęd układu atom – foton jest taki sam przed emisją i po emisji fotonu i ponadto wynosi zero. To oznacza, że po emisji atom i foton poruszają się w przeciwne strony i mają te same wartości pędu. Zgodnie z oznaczeniami w zadaniu mamy:

$$\text{1a)} \quad p_{at} - p_{f\,52} = 0 \qquad \rightarrow \qquad \text{1b)} \quad p_{at} = p_{f\,52}$$

Zapiszemy wzory na pęd atomu oraz pęd fotonu:

$$\text{2)} \quad p_{at} = m_{at}v_{at} \qquad \text{oraz} \qquad \text{3)} \quad p_{f\,52} = \frac{E_{f\,52}}{c}$$

gdzie $E_{f\,52}$ oznacza energię emitowanego fotonu. Z równań 1b) oraz 2) oraz 3) otrzymujemy:

$$4\text{a)}\quad m_{at}v_{at} = \frac{E_{f\,52}}{c} \qquad \rightarrow \qquad 4\text{b)}\quad v_{at} = \frac{E_{f\,52}}{cm_{at}}$$

Obliczymy energię emitowanego fotonu. Zastosujemy zasadę zachowania energii: energia całkowita układu atom – foton jest taka sama przed emisją i po emisji fotonu. Zatem:

$$5\text{a)}\quad E_5 = E_2 + E_{kin\,at} + E_{f\,52}$$

W powyższym równaniu pominiemy energię kinetyczną atomu (zgodnie ze wskazówką w zadaniu). Zatem energia fotonu wyraża się wzorem:

$$5\text{b)}\quad E_{f\,52} = E_5 - E_2$$

Wykorzystamy wzory na energie n-tego stanu atomu wodoru

$$6)\quad E_{f\,52} = \left(\frac{-13{,}606\ \text{eV}}{5^2} - \frac{-13{,}606\ \text{eV}}{2^2}\right) \approx 2{,}85726\ \text{eV} \approx 4{,}5778 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Do wzoru 4b) podstawimy uzyskaną powyżej energię fotonu oraz wartości masy atomu wodoru i prędkości światła:

$$7)\quad v_{at} \approx \frac{4{,}5778 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{2{,}9979 \cdot 10^{8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1{,}6735 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}} \approx 0{,}912\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zadanie 11.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: XII.5) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; opisuje skład jądra atomowego na podstawie liczb masowej i atomowej; XII.6) zapisuje reakcje jądrowe, stosując zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku; XII.9) […] opisuje rozpady […] beta (β^+, β^-).

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne uzupełnienie schematu równania rozpadu β^- jądra żelaza ^{59}Fe (tzn. wpisanie właściwych liczb atomowych i masowej powstałego jądra)

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie

$$^{59}_{26}\text{Fe} \quad \rightarrow \quad ^{59}_{27}\text{Co} \ + \ \beta^- \ + \ ^{0}_{0}\tilde{\nu}$$

Zadanie 11.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]; I.18) wyodrębnia zjawisko z kontekstu, nazywa je oraz wskazuje czynniki istotne i nieistotne dla jego przebiegu. XII. 2) […] posługuje się pojęciem energii spoczynkowej; XII.7) stosuje zasadę zachowania energii do opisu reakcji jądrowych; […]. XII.10) posługuje się pojęciem jądra stabilnego i niestabilnego; opisuje powstawanie promieniowania gamma.

Zasady oceniania

Rozwiązanie będzie podlegało ocenie, gdy zdający spełni co najmniej jeden z poniższych warunków lub ich kombinację, określoną dalej w schemacie punktowania.

Warunek ZZE

Zapisanie równania (lub dwóch równań) wynikającego (wynikających) z zasady zachowania energii dla rozpadu β^- jądra żelaza oraz dla przemiany γ jądra kobaltu (może być dla dowolnego stanu wzbudzonego $n \in \{\mathrm{X}, \mathrm{Y}\}$), np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{0\,\mathrm{Fe}} = E_{n\,\mathrm{Co}} + E_{kin\,max\,\beta} \quad \text{oraz} \quad E_{n\,\mathrm{Co}} = E_{0\,\mathrm{Co}} + E_{\gamma}$$

albo w jednym równaniu

$$E_{0\,\mathrm{Fe}} = E_{0\,\mathrm{Co}} + E_{\gamma} + E_{kin\,max\,\beta}$$

albo bezpośrednia identyfikacja energii kinetycznej całej reakcji

$$E_r = E_{\gamma} + E_{kin\,max\,\beta}$$

Warunek E_FOTON

Identyfikacja energii fotonu emitowanego w przemianie gamma jako różnicy pomiędzy energią spoczynkową jądra kobaltu w *n*-tym stanie wzbudzonym ($n \in \{\mathrm{X}, \mathrm{Y}\}$), a energią spoczynkową jądra kobaltu w stanie podstawowym, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{\gamma_n} = E_{n\,\mathrm{Co}} - E_{0\,\mathrm{Co}}$$

Warunek DIAGRAM1

Identyfikacja diagramu 1. jako tego, który opisuje schemat reakcji, w której cząstka beta ma największą możliwą energię. Nie musi to być zapisane zdaniem, wystarczy jednoznaczny kontekst, np. oznaczenie indeksem $_{\mathrm{X}}$ energii fotonu lub cząstki beta lub wykorzystanie energii spoczynkowej $E_{\mathrm{X\,Co}}$ wzbudzonego jądra kobaltu.

Schemat punktowania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia maksymalnej energii kinetycznej cząstki β^- **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $E_{kin\,max\,\beta} = 0{,}47\ \mathrm{MeV}$

2 pkt – spełnienie warunków **ZZE oraz E_FOTON**
LUB
– spełnienie warunków **ZZE oraz DIAGRAM1**
LUB
– spełnienie warunków **E_FOTON oraz DIAGRAM1**

1 pkt – spełnienie warunku **ZZE**
LUB
– spełnienie warunku **E_FOTON**
LUB
– spełnienie warunku **DIAGRAM1**

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Krok 1. (identyfikacja diagramu z największą energią kinetyczną cząstki beta)
Z diagramów 1.–2. wynika, że największą łączną energię kinetyczną mają cząstka β^- i $\tilde{\nu}$ na diagramie 1. W przypadku, gdy energia antyneutrina jest pomijalnie mała, to największą energię kinetyczną ma cząstka β^- w procesie opisanym na diagramie 1.

Krok 2. (wykorzystanie zasady zachowania energii dla całego procesu)
Sposób 1. rozpisania zasady zachowania energii
Zapiszemy zasadę zachowania energii dla rozpadu β^- jądra żelaza. Pomijamy energię kinetyczną antyneutrina, energię spoczynkową antyneutrina oraz energię kinetyczną jądra kobaltu:

$$1)\quad E_{0\,\mathrm{Fe}} = E_{\mathrm{X\,Co}} + E_{kin\,max\,\beta}$$

Zapiszemy zasadę zachowania energii dla przemiany γ jądra kobaltu. Pomijamy energię kinetyczną odrzutu jądra kobaltu:

$$2)\quad E_{\mathrm{X\,Co}} = E_{0\,\mathrm{Co}} + E_{\gamma}$$

Z równań 1) i 2) wynika zasada zachowania energii dla całego procesu zilustrowanego na diagramie 1.:

$$3)\quad E_{0\,\mathrm{Fe}} = E_{0\,\mathrm{Co}} + E_{\gamma} + E_{kin\,max\,\beta}$$

Z treści zadania wynika, że:

$$4)\quad E_{0\,\mathrm{Fe}} = E_{0\,\mathrm{Co}} + E_{r}$$

Z równań 3) i 4) wynika, że:

$$5)\quad E_{r} = E_{\gamma} + E_{kin\,max\,\beta}$$

Sposób 2. rozpisania zasady zachowania energii

Zapiszemy zasadę zachowania energii dla całego procesu: rozpadu β^- jądra żelaza i przemiany γ jądra kobaltu. Pomijamy energię kinetyczną antyneutrina, energię spoczynkową antyneutrina oraz energię kinetyczną jądra kobaltu (zarówno uzyskaną przy rozpadzie beta jak i przemianie gamma):

$$3)\quad E_{0\,\mathrm{Fe}} = E_{0\,\mathrm{Co}} + E_{kin\,max\,\beta} + E_{\gamma}$$

Zatem energia produktów całej reakcji wynosi:

$$5)\quad E_r = E_{\gamma} + E_{kin\,max\,\beta}$$

Krok 3. (identyfikacja energii fotonu i obliczenia)

Różnice energii spoczynkowych jąder kobaltu w stanach energetycznych n i k jądra są równe energii fotonu emitowanego podczas przejścia jądra kobaltu między tymi stanami. Zatem dla $n = \mathrm{X}$ i $k = 0$ mamy:

$$6)\quad E_{\mathrm{X\,Co}} = E_{0\,\mathrm{Co}} + E_{\gamma\mathrm{X}}$$

W treści zadania podano, że:

$$7)\quad E_{\mathrm{X\,Co}} = E_{0\,\mathrm{Co}} + 1{,}10\ \mathrm{MeV}$$

Zatem:

$$8)\quad E_{\gamma\mathrm{X}} = 1{,}10\ \mathrm{MeV}$$

Do równania 5) podstawimy powyższą wartość oraz energię całej reakcji, podaną w zadaniu:

$$9)\quad 1{,}57\ \mathrm{MeV} = 1{,}10\ \mathrm{MeV} + E_{kin\,max\,\beta\mathrm{X}}$$

$$10)\quad E_{kin\,max\,\beta\mathrm{X}} = 0{,}47\ \mathrm{MeV}$$

Ponieważ $E_{kin\,max\,\beta} = E_{kin\,max\,\beta\mathrm{X}}$ zatem $E_{kin\,max\,\beta} = 0{,}47\ \mathrm{MeV}$.

Zadanie 11.3. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]; I.18) wyodrębnia zjawisko z kontekstu, nazywa je oraz wskazuje czynniki istotne i nieistotne dla jego przebiegu. III.5) (SP) wykorzystuje zasadę zachowania energii do opisu zjawisk. XII. 2) […] posługuje się pojęciem energii spoczynkowej; XII.10) posługuje się pojęciem jądra stabilnego i niestabilnego; opisuje powstawanie promieniowania gamma.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia energii emitowanego fotonu **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $E_{\gamma YX} = 0{,}19\ \mathrm{MeV}$

1 pkt – zapisanie, że energia fotonu emitowanego w wyniku przejścia między stanami wzbudzonymi $^{59}\mathrm{Co}^{(Y)}$ oraz $^{59}\mathrm{Co}^{(X)}$ jądra kobaltu jest równa różnicy energii spoczynkowych jąder w tych stanach wzbudzonych, np. zapisy równoważne poniższym:

$E_{\gamma YX} = E_{Y\,Co} - E_{X\,Co}$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Różnice energii spoczynkowych jąder kobaltu w stanach wzbudzonych n i k są równe energii fotonu emitowanego podczas przejścia jądra kobaltu między tymi stanami. Zatem energia $E_{\gamma YX}$ fotonu emitowanego podczas przejścia między stanami wzbudzonymi $^{59}\mathrm{Co}^{(Y)}$ oraz $^{59}\mathrm{Co}^{(X)}$ jądra kobaltu dana jest wzorem:

$$E_{\gamma YX} = E_{Y\,Co} - E_{X\,Co}$$

Do powyższego wzoru podstawimy dane z treści zadania i wykonamy rachunek:

$$E_{\gamma YX} = (E_{0\,Co} + 1{,}29\ \mathrm{MeV}) - (E_{0\,Co} + 1{,}10\ \mathrm{MeV}) = 0{,}19\ \mathrm{MeV}$$

Zadanie 11.4. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. XII. 2) […] posługuje się pojęciem energii spoczynkowej; XII.3) opisuje równoważność masy i energii spoczynkowej; XII.7) […] posługuje się pojęciem energii wiązania; XII.10) posługuje się pojęciem jądra stabilnego i niestabilnego; […].

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

PF